Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 27 (1928)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: Emile Cotton. — Approximations successives et équations

différentielles (Mémorial des Sciences mathématiques dirigé par Henri Villat ; fasc. XXVIII). — Un fascicule gr. in-8° de 48 pages. Prix:

15 francs. Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1928.

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 27.11.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

l'on passera aux cas continus par d'habiles passages à la limite. Déjà, dans le cas discontinu, on aperçoit l'un des principes fondamentaux de Monge, celui qui rend les routes normales à une surface. C'est l'ouverture sur une belle théorie des congruences. Le cas des déblais et remblais superficiels conduit à des surfaces telles qu'un point donné se projette sur chaque normale au milieu du segment formé par les centres de courbure principaux. Les termes de congruences, surfaces de M. Appell ont même été consacrés par l'usage. Ces dernières surfaces admettent une théorie analogue à celle des surfaces minima, bien que plus élevée. Les extrémités des routes en déblais et remblais superficiels, peuvent y engendrer des courbes dites séparatrices par Dupin.

Un des aspects curieux du sujet est que de grands géomètres, comme Monge et Dupin, ont donné des résultats élégants et exacts au moyen de

raisonnements mauvais et même faux.

M. Appell a rétabli partout la rigueur en accentuant encore la note élégante, ce dont il n'y a pas lieu de s'étonner, tant la manière est dans les habitudes de ce grand esprit.

A. Buhl (Toulouse).

Emile Cotton. — Approximations successives et équations différentielles (Mémorial des Sciences mathématiques dirigé par Henri Villat; fasc. XXVIII). — Un fascicule gr. in-8° de 48 pages. Prix: 15 francs. Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1928.

Cet exposé a trait aux théorèmes d'existence concernant les équations différentielles ordinaires. Il s'agit naturellement des travaux fondamentaux de Cauchy-Lipschitz mais, à la clarté des méthodes d'approximations successives dues à M. Emile Picard, on peut remplacer les équations différentielles initiales par des équations intégrales. Dès lors, le point de vue s'élargit et l'on se trouve finalement en présence de méthodes propres à établir l'existence de solutions, à la fois, pour les équations différentielles et pour les équations intégrales, ces dernières pouvant d'ailleurs appartenir au type de Fredholm ou au type de Volterra.

Une grande importance est donnée aux systèmes linéaires, homogènes puis pourvus de seconds membres; le cas des systèmes dépendant de paramètres arbitraires donne aussi lieu à d'importantes généralités. Les solutions asymptotiques à une solution particulière, c'est-à-dire s'en rapprochant indéfiniment, quand la variable devient infinie, sont profondément étudiées d'après Poincaré, Liapounoff, Bohl. Et, de fait, si connaître une solution particulière, d'une équation ou d'un système d'équations différentielles, ne sert guère, en général, pour faire des constructions plus étendues par méthodes exactes, il y a, au contraire, de nombreuses méthodes approchées à développer autour d'une solution noyau, ce dernier mot n'étant pas écrit au hasard et venant rappeler les noyaux des équations intégrales.

M. Emile Picard, dans son *Traité d'Analyse*, a beaucoup approfondi le cas de l'équation du second ordre dont une courbe intégrale, au lieu d'être assujettie à passer par un point avec une direction déterminée, est assujettie à passer par deux points. Ici la question est dominée par les équations intégrales, à limites fixes, qui peuvent d'ailleurs conduire à des généralisations construites directement par M. Picard.

En somme, les théorèmes d'existence relatifs aux équations différentielles ne sont pas choses rigides à approfondir une fois pour toutes; ils sont, au contraire, fort souples et peuvent être indéfiniment variés surtout d'après la forme que l'on donne à des équations ayant, à part ce point de vue formel, le même degré de généralité. De tels fondements paraîtront toujours assez austères mais M. Emile Cotton les a examinés avec beaucoup d'aise et de sûreté.

A. Buhl (Toulouse).

C. Guichard. — Les courbes de l'espace à n dimensions (Mémorial des Sciences mathématiques dirigé par Henri Villat; fasc. XXIX). — Un fascicule gr. in-8° de 64 pages. Prix: 15 francs. Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1928.

Comme l'indique M. G. Kænigs dans une brève préface, une partie de l'œuvre du regretté Guichard revit, dans ce fascicule, grâce à M. Raymond Jacques, professeur à l'Université de Montpellier. Félicitons ce dernier de sa modestie, car il aurait certainement pu prendre figure d'auteur. Toutefois, les choses étant présentées comme elles le sont, on comprend, une fois de plus, pourquoi Guichard était le disciple préféré de Darboux; on retrouve ici l'esprit élémentarisé dans les *Principes de Géométrie analytique*, esprit qui cherche, dans l'imaginaire, la clef véritable de toutes les harmonies géométriques. Que des considérations puissent être vraies, par exemple, pour toutes les droites sauf pour les droites isotropes et le véritable géomètre s'acharnera sur ces éléments exceptionnels qui, en effet, se révèleront particulièrement propres à éclaircir la notion de droite, de même qu'au point de vue fonctionnel, ce sont les singularités qui déterminent et éclairent la fonction.

Il ne faudrait pas non plus prendre ici le mot courbe trop à l'étroit; il s'agit d'un procédé pénétrant d'exploration de tout l'hyperespace à l'aide d'une seule variable. Si l'on décrit surtout des courbes c'est tout cet hyperespace qui est étudié. D'ailleurs on voit, dès le début, que trois points non en ligne droite définissent un 1-plan, que quatre points, non en un même 1-plan, définissent un 2-plan, etc., d'où, de proche en proche, des (p-1)-plans qui peuvent être osculateurs à une courbe. De même la notion de développable est inséparable de celle de courbe.

Après les courbes ordinaires viennent les courbes p-fois isotropes qui correspondent à certains systèmes différentiels quadratiques; ceux-ci peuvent conduire aux surfaces applicables et aux systèmes triplement orthogonaux. Une courbe p-fois isotrope ne peut exister que dans un espace d'ordre au moins égal à 2p-1; c'est donc encore une singularité carac-

téristique de cet espace général.

Enfin, il y a des familles de cercles qui conduisent tout naturellement aux familles de sphères, aux coordonnées cycliques et sphériques de Darboux. Il y a des congruences et des complexes avec nombre de singularités inexistantes dans l'espace ordinaire. On voit que M. Jacques nous présente, au nom de Guichard, une puissante analyse pangéométrique. Après de telles études, on voit mieux ce qu'il faut et ce qu'il ne faut pas demander à l'espace à trois dimensions.