

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 27 (1928)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: DÉMONSTRATION NOUVELLE DE LA FORMULE
TRIGONOMÉTRIQUE RELATIVE A L'ADDITION DES ARCS
Autor: Pelosi, Dr ès sc. Louise
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-21875>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 16.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

DÉMONSTRATION NOUVELLE
DE LA FORMULE TRIGONOMÉTRIQUE RELATIVE
A L'ADDITION DES ARCS

PAR

Louise PELOSI, Dr ès sc. (Turin).

On connaît plusieurs démonstrations de la formule fondamentale.

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a ; \quad (1)$$

ces démonstrations sont fondées sur l'emploi de triangles semblables, ou sur le théorème de Ptolémée relatif au quadrilatère inscrit, ou sur le théorème des projections, ou sur des considérations analogues (voir, par exemple, les *Exercices de Trigonométrie*, par F. G. M., page 8, Paris, a. 1915).

On doit aussi à M. BURALI-FORTI une démonstration très simple de la formule (1), à l'aide de la théorie des vecteurs (voir: Burali-Forti e Marcolongo: *Corso di Matematica*, vol. II, *Geometria*, page 56, Napoli, a. 1923).

Dans cette Note je vais donner une démonstration nouvelle et tout à fait élémentaire de la formule (1) par des considérations très simples sur l'équivalence des triangles.

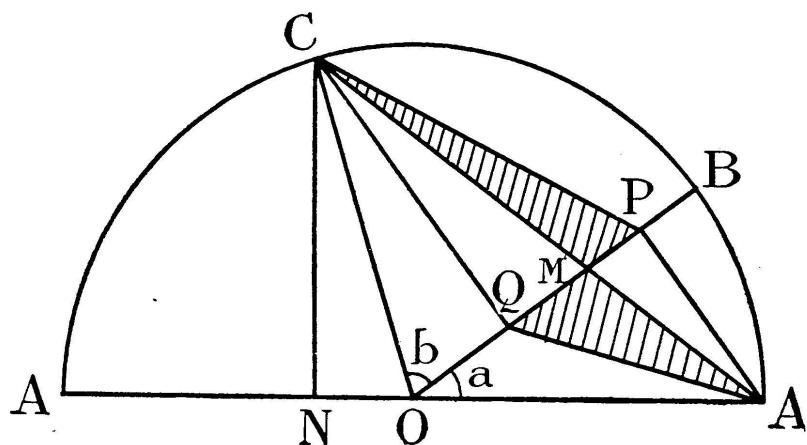
Désignons par a et b deux angles aigus, que nous représentons sur le cercle trigonométrique par les arcs AB et BC ; menons AP et CQ perpendiculaires au rayon OB , et CN perpendiculaire au diamètre AA' . Nous aurons:

$$\begin{aligned} AP &= \sin a, & OP &= \cos a, \\ QC &= \sin b, & OQ &= \cos b, \\ NC &= \sin(a + b). \end{aligned}$$

Joignons A aux points Q et C, et remarquons que, le rayon OA étant égal à l'unité, la valeur de NC est égale au double de l'aire du triangle AOC, de sorte que nous pouvons écrire:

$$\sin(a + b) = NC = 2 \cdot \text{Aire } AOC = 2 \cdot \text{Aire } AOM + 2 \cdot \text{Aire } MOC . \quad (2)$$

D'autre part les triangles AQC, PQC sont équivalents car ils ont la même base QC et ont les sommets A et P sur une parallèle à la base; si l'on soustrait de chacun de ces deux triangles, le



triangle MQC on conclut que les triangles AQM et PMC sont équivalents, par conséquent le triangle AOC est équivalent à la somme des triangles AOQ et PQC; de là, on déduit:

$$\begin{aligned} 2 \cdot \text{Aire } AOC &= 2 \cdot \text{Aire } AOQ + 2 \cdot \text{Aire } POC = OQ \cdot AP + OP \cdot QC \\ &= \cos b \cdot \sin a + \cos a \cdot \sin b . \end{aligned}$$

En portant dans la relation (2) on obtient la formule (1).

Par des considérations analogues à celles que nous venons de développer on trouverait que la formule (1) subsiste pour des valeurs quelconques de a et de b .

Remarque. — Si $a = b$, les points Q, M, P coïncident et l'aire du triangle AOC devient égale à $\sin a \cos a$; on en conclut immédiatement la formule :

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a .$$