Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 27 (1928)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: STATISTIQUES ET PROBABILITÉS

Autor: de Montessus de Ballore, R.

Kapitel:

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-21869

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 28.11.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

sans recourir à aucune représentation approchée, exponentielle ou autre, et que l'étude directe donne des renseignements d'un grand intérêt sur les statistiques ¹.

I

1. — Tout d'abord, la formule de Stirling permet d'écrire, en logarithmes décimaux:

$$\log y_x = -\log \sqrt{2\pi} + \frac{1}{2} \log \frac{m}{(mp - x)(mq + x)} + (mp - x) \log \frac{mp}{mp - x} + (mq + x) \log \frac{mq}{mq + x} + \frac{M}{12m} - \frac{M}{12} \times \frac{m}{(mp - x)(mq + x)};$$

$$-\log \sqrt{2\pi} = \overline{1},6009101; \quad M = \log e = 0,4342945. \quad (2)$$

Cette formule donne y_x avec 5 décimales exactes, quand on prend les logarithmes avec 7 décimales.

On peut donc calculer, avec une approximation dépassant les besoins de toutes les statistiques, les valeurs numériques de y_x pour toutes les valeurs possibles de m (m>0, entier ou non entier), de p (0), de <math>q (p+q=1), de x (mp-x, mq+x entiers ou fractionnaires, mais $mp-x \ge 0$, $mq+x \ge 0$).

Quand m, mp-x, mq+x sont entiers, on peut aussi calculer y_x par les Tables de factorielles 2 : les deux procédés donnent les mêmes résultats.

2. — Soit
$$y_x = \frac{1000!}{(100 - x)! (900 + x)!} 0.1^{100-x} \times 0.9^{900+x}.$$

c'est la formule (1) pour m=1000; p=0.1; q=0.9. Dans le problème de 1000 tirages de boules d'une urne contenant 9 fois

¹ Le lecteur voudra bien se reporter pour les démonstrations des formules qui vont être données aux Annales de la Société scientifique de Bruxelles, 1927 et 1928.

² F. J. DUARTE, Tables de $\log n!$ à 33 décimales, pour toutes les valeurs entières de n, de n=1 à n=3000. Imprimerie A. Kundig à Genève, 1927, 30 fr. fr.

où:

plus de boules rouges que de boules noires, on sera amené à calculer 1

$$y_0 = 0.042\,017 \; ; \;\; y_1 = 0.041\,970 \; ; \;\; y_2 = 0.041\,458 \; ; \;\; y_3 = 0.040\,494 \ldots \ y_{-1} = 0.041\,601 \; ; \;\; y_{-2} = 0.040\,740 \; ; \;\; y_{-3} = 0.039\,466 \ldots$$

Mais, perdant de vue ce problème de boules tirées d'une urne, on peut de façon semblable, calculer (form. 1) les valeurs de y pour

$$x = h$$
, $x = 1 + h$; $x = 2 + h$, ..., $x = -1 + h$, $x = -2 + h$, ...

h étant une constante numérique quelconque: la formule (2) le permet.

Aussi bien, mettant la constante h en évidence, ce n'est plus la fonction (1) que nous étudierons, c'est la fonction plus générale.

$$y_{x+h} = \frac{m!}{(mp - x - h)! (mq + x + h)!} p^{mp - x - h} q^{mq + x + h}$$
 (3)

m est un nombre positif quelconque, entier ou fractionnaire, p, q sont des nombres compris entre 0 et 1, dont la somme est 1; h est un nombre positif ou négatif, ordinairement fractionnaire, voisin dans les applications, de 0, 1, —1;

x est un nombre *entier*, positif ou négatif: il n'y a pas lieu, dans l'étude des statistiques, de considérer des valeurs fractionnaires de x; les valeurs de x doivent vérifier les inégalités

$$mp - x - h \ge 0$$
, $mq + x + h \ge 0$.

3. — On calcule les valeurs de y_{x+h} par la formule suivante, qui n'est autre que la formule (2) légèrement modifiée

$$\begin{split} \log y_{x+h} &= -\log \sqrt{2\pi} + \frac{1}{2} \log \frac{m}{(mp-x-h) \ (mq+x+h)} \\ &+ (mp-x-h) \log \frac{mp}{mp-x-h} + (mq+x+h) \log \frac{mq}{mq+x+h} \\ &+ \frac{M}{12m} - \frac{M}{12} \times \frac{m}{(mp-x-h) \ (mq+x+h)} \ ; \end{split} \tag{4} \\ &- \log \sqrt{2\pi} = \overline{1},6009101 \ ; \qquad M = \log e = 0,4342945 \quad (\log. \, \text{décimaux}) \end{split}$$

¹ Le lecteur trouvera quantités de tableaux de valeurs numériques de y_x dans: Annales Soc. Sc. Brux., 1926; Mém. Nº 10 de l'Office nat. météor. de France; Calcul des probabilités et statistiques, par R. de Montessus de Ballore, Chiron, Paris, 1926.

Mais quand on a plusieurs valeurs de y_{x+h} à calculer, il est plus simple, plus rapide, de calculer seulement y_h par la formule

$$\log y_h = -\log \sqrt{2\pi} + \frac{1}{2} \log \frac{m}{(mp-h)(mq+h)} + (mp-h) \log \frac{mp}{mp-h} + (mq+h) \log \frac{mq}{mq+h} + \frac{M}{12m} - \frac{M}{12} \times \frac{m}{(mp-h)(mq+h)}; -\log \sqrt{2\pi} = \overline{1},600\,9101;$$

$$M = \log e = 0,434\,2945 \quad (\log \cdot \operatorname{décimaux}), \qquad (5)$$

et de calculer ensuite les autres valeurs de y_h par les formules de récurrence

$$y_{-1+h} = \frac{mq + h}{mp - h + 1} \frac{p}{q} y_h , \quad y_{-2+h} = \frac{mq + h - 1}{mp - h + 2} \frac{p}{q} y_{-1+h} ,$$

$$y_{-3+h} = \frac{mq + h - 2}{mp - h + 3} \frac{p}{q} y_{-2+h} , \dots$$

$$y_{1+h} = \frac{mp - h}{mq + h + 1} \frac{q}{p} y_h , \quad y_{2+h} = \frac{mp - h - 1}{mq + h + 2} \frac{q}{p} y_{1+h} ,$$

$$y_{3+h} = \frac{mp + h - 2}{mq + h + 3} \frac{q}{p} y_{2+h} , \dots$$

$$(6)$$

Les formules générales sont

$$y_{-x+h} = \frac{mq + h - (x - 1)}{mp - h + x} \frac{p}{q} y_{-x+1+h} , \qquad (6')$$

$$y_{x+h} = \frac{mp - h - (x - 1)}{mq + h + x} \frac{p}{q} y_{x-1+h} . \tag{7'}$$

4. — Ce ne sont pas précisément les nombres y_x de la formule (3) que nous allons considérer, mais les nombres

$$Y_{x+h} = A \frac{m!}{(mp - x - h)! (mq + x + h)} p^{mp-x-h} q^{mq+x+h} = Ay_{x+h}$$
(A constante positive quelconque) (8)

les nombres Y_{x+h} obéissent, comme les nombres y_x , aux lois de récurrence (6) et (7).