Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

**Band:** 27 (1928)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR LE MOMENT DE DEUX DROITES ET SON APPLICATION DANS

LA THÉORIE DES CONNEXES

**Autor:** Sintsof, D.

**Kapitel:** §6. — Le moment dans la théorie des connexes avec élément (point,

plan).

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-21867

## Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

## **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

## Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF: 25.11.2025** 

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Donc

$$u_x v_y - u_y v_x \equiv u_x f_1(x, u) - f^2(x, u)$$
.

Ainsi les éléments du connexe bilinéaire pour lesquels le moment (au sens du n° 2) est nul appartiennent au connexe identique ou à  $f_1(x, u) = 0$ , — ce n'est qu'un cas particulier de ce qui a été dit au n° 2 pour le connexe général.

Enfin, si l'élément (x, u) n'appartient pas au connexe (1), le moment de (x, u) et de son transformé par (1) est nul, s'il appartient au connexe (2, 2)

$$u_x f_1(x_1 u) - f^2(x_1 u) = 0$$

dans lequel à chaque droite u correspond une courbe de  $2^{me}$  ordre ayant double contact avec la conique dégénérée — paire de droites u et u'' et pour corde de contact la droite u', si l'on désigne les transformées collinéaires successives de u en collinéation (1) par u', u'', ...

Réciproquement, au point donné x appartient une courbe de  $2^{me}$  classe passant par les points x, x'' et dont les tangentes correspondantes se coupent en x'.

## § 6. — Le moment dans la théorie des connexes avec élément (point, plan).

Comme j'ai indiqué au commencement, la notion du moment de deux droites trouve son application dans la théorie des connexes quaternaires ayant pour l'élément la combinaison (point, plan). Si l'on prend deux éléments pareils (x, u), (y, v), leurs points x, y déterminent une droite  $p \equiv (xy)$ , et leurs plans u, v une autre p' = (uv). On peut donc déterminer le moment de ces droites, et c'est ce que je nomme le moment de deux éléments du connexe (x, u).

Son expression analytique s'exprime par la formule

$$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ p_1' & p_2' & p_3' & p_4' \\ p_1' & p_2' & p_3' & p_4' \end{vmatrix} \equiv \Sigma (x_i y_k - x_k y_i) (u_i v_k - u_k v_i) \quad (i = 1, 2, 3, 4) ,$$

car  $p'_{12} = \pi_{34} = (u_3 v_4)$  et ainsi de suite. Donc, à un facteur près, nous avons

$$\begin{split} \mathbf{M} \begin{pmatrix} x \, u \\ y \, v \end{pmatrix} &\equiv \Sigma \left( u_{\pmb{i}} \, x_{\pmb{i}} \, v_{k} \, y_{k} - v_{k} \, x_{k} \, u_{i} \, y_{i} - v_{i} \, x_{i} \, u_{k} \, y_{k} + u_{k} \, x_{k} \, v_{i} \, y_{i} \right) \\ &\equiv 2 \left( u_{x} \, v_{y} - u_{y} \, v_{x} \right) \; . \end{split}$$

Prenons un élément (x, u) quelconque et son correspondant dans le connexe conjugué (y, v). Nous aurons pour le moment de ses deux éléments

$$\mathbf{M}\begin{pmatrix} (x\,,\,\,u)\\ (y\,,\,\,v) \end{pmatrix} = \frac{2}{\rho\,\sigma} \bigg( u_h \, \Sigma \, \frac{\partial f}{\partial\,u_i} \, . \, \frac{\partial f}{\partial\,x_i} \, - \, mnf^2(x\,,\,\,u) \, \bigg) \ ,$$

parce que

$$\rho y_i = \frac{\partial f}{\partial u_i}, \quad \sigma v_k = \frac{\partial f}{\partial x_k},$$

donc

$$\rho \cdot u_y = \sum u_i \frac{\delta f}{\delta u_i} = n \cdot f(x, u) ,$$

$$\sigma.v_{x} = \sum x_{k} \frac{\partial f}{\partial x_{k}} = m.f(x, u).$$

Si l'élément (x, u) appartient au connexe f(x, u) = 0, son moment par rapport à l'élément correspondant du connexe conjugué devient

$$\rho\sigma.\,\mathrm{M}\begin{pmatrix}xu\\yv\end{pmatrix}\equiv u_{x}.\,\Sigma\frac{\delta f}{\delta u_{i}}.\,\frac{\delta f}{\delta x_{i}}.$$

Ainsi, si l'élément (x, u) appartient à la coïncidence principale du connexe donné

$$(f(x, u) = 0, u_x = 0)$$

ou son correspondant (y, v) appartient à la coïncidence principale du connexe conjugué, le moment de ces deux éléments est nul.

La réciproque est vraie: si le moment d'un élément du connexe donné et de son correspondant au connexe conjugué est nul, l'un ou l'autre appartiennent à la coïncidence principale correspondante.

Nous pouvons dire encore: Si pour chaque élément du connexe donné f(x, u) = 0 nous avons

$$\Sigma \, \frac{\delta f}{\delta x_i} \cdot \frac{\delta f}{\delta u_i} \, = \, 0 \quad , \quad$$

ou si l'on a identiquement

$$\Sigma \frac{\delta f}{\delta x_i} \cdot \frac{\delta f}{\delta u_i} \equiv k \cdot f(x, u)$$

le moment de chaque élément et de son conjugué au connexe f(xu) = 0 est nul. Dans ce cas le connexe conjugué du (1) est le connexe identique <sup>1</sup>.

- $\S$  7. Moment de deux droites dans la théorie des connexes aux éléments (point, droite) dans le  $R_3$ .
  - 1. Considérons un connexe lineo-linaire défini par l'équation

$$\sum a_{i,kj} x_i p_{kj} = 0 \tag{1}$$

que l'on peut écrire aussi

$$\Phi(x^{i}; p) \equiv \Sigma \Phi_{i} x_{i} \equiv \Sigma \Phi_{ki}^{(1)} p_{kj}$$

ou symboliquement

$$a_x (\mathfrak{aa}pp) \equiv a_x \mathfrak{a}_p^2$$

De l'ensemble des  $\infty^7$  éléments (point, droite) de l'espace, l'équation (1) détache  $\infty^6$  éléments, que l'on peut caractériser de cette manière: à chaque point X correspondent (c'est-à-dire forment avec X l'élément de la configuration)  $\infty^3$  droites du complexe linéaire

$$P(x) \equiv \Sigma \Phi_{kj}^{(1)} p_{kj} = 0$$
; (2)

parmi ces complexes il y a  $\infty^2$  complexes spéciaux, qui correspondent aux points d'une surface du  $2^{me}$  ordre

$$\Phi_{12}^{(1)} \Phi_{34}^{(1)} + \Phi_{13}^{(1)} \Phi_{42}^{(1)} + \Phi_{14}^{(1)} \Phi_{23}^{(1)} = 0 \equiv a_x a_x' (\mathfrak{ab} \, \mathfrak{a'b'}) . \tag{3}$$

A chaque point de cette surface correspond une droite, avec

$$\Sigma_k \varphi_k(x, u) \psi_k(x, u) = 0 \qquad (k = 1 \dots 4)$$

<sup>1</sup> Ceci donne l'idée de considérer les connexes qui sont des transformations rationnelles du connexe identique: si nous avons un connexe quaternaire

où  $\varphi_k$  — du degré k en x et du h en u, et  $\psi_k$  — du degré m — k en x, n — h en u, à l'aide de la transformation  $\varphi u_k = \varphi_k(x, u)$ ,  $\sigma v_k = \psi_k(x, u)$ , nous le transformons en  $v_y = 0$ .