Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 27 (1928)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: LA SECONDE PÉRIODE DU JEU DE CLOCHE ET MARTEAU

Autor: Allen, Edward S.

Kapitel: 4. — Probabilité d'ouvrir l'Auberge avec dans la Caisse.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-21884

joueurs sans cartes, et des cartes, sont les suivantes. Pour un joueur seul

$$\Gamma_{\mathrm{S},\mu} = \frac{0{,}56155\,(\mathrm{C} - \mu) + \frac{25}{36}\mu - \frac{25}{36}s_\mu - y_\mu}{n}$$

$$= \frac{0{,}56155\,\mathrm{C} + 0{,}13289\,\mu - 0{,}69444\,s_\mu - y_\mu}{n} . \qquad (9)$$

Pour la Cloche ou le Marteau

$$\Gamma_{\mathrm{Cl},\mu} = \Gamma_{\mathrm{M},\mu} = 0{,}12560\,(\mathrm{C} - \mu) + \frac{5}{36}\mu - \frac{5}{36}s_\mu - \frac{5}{36}q_\mu$$

$$= 0{,}12560\,\mathrm{C} + 0{,}01329\,\mu - 0{,}13889\,t_\mu . \qquad (10)$$

Pour la Cloche-et-Marteau

$$\Gamma_{\mathrm{CM},\mu} = 0{,}02512\,\mathrm{C} + 0{,}00266\,\mu - 0{,}02778\,t_\mu . \qquad (11)$$

Pour le Cheval

$$\Gamma_{\mathrm{Ch},\mu} = 0{,}16213\,(\mathrm{C} - \mu) - \frac{s_\mu}{n} - \frac{y_\mu}{n} - z_\mu . \qquad (12)$$

Pour l'Auberge

$$\Gamma_{\mathrm{Au},\mu} = t_\mu + \frac{\mathrm{S}_\mu}{n} + \frac{y_\mu}{n} . \qquad (13)$$

4. — *Probabilité d'ouvrir l'Auberge avec μ dans la Caisse.*

Il y a ν_σ possibilités d'amener σ par un seul coup. Combien de possibilités y a-t-il que le premier coup qui cause que le total jusque là amené soit au moins C, compte σ ? Vu que le coup même peut arriver quand la caisse possède 1, 2, . . . , σ, le nombre de ces possibilités devra être $\sigma\nu_\sigma$.

La probabilité, donc, que ce soit un versement de σ qui ouvre l'Auberge (et éventuellement fait que la caisse saute) est

$$\lambda_\sigma = \frac{\sigma\nu_\sigma}{\sum\limits_{\rho=1}^{21} \rho\nu_\rho} . \qquad (14)$$

Il est également probable que ce versement de σ laisse 0, 1, 2, . . , ou $\sigma - 1$ dans la caisse. Autrement dit, la probabilité d'ouvrir l'Auberge avec un coup de σ et de laisser $\mu(<\sigma)$ dans la caisse est

$$\frac{\lambda_\sigma}{\sigma} = \frac{\nu_\sigma}{\sum_{\rho=1}^{21} \rho\nu_\rho}.$$

La probabilité totale d'ouvrir l'Auberge avec μ dans la caisse est donc

$$\pi_\mu = \sum_{\sigma=\mu+1}^{21} \frac{\nu_\sigma}{\sum_{\rho=1}^{21} \rho\nu_\rho} = \frac{\sum_{\rho=\mu+1}^{21} \nu_\rho}{\sum_{\rho=1}^{21} \rho\nu_\rho}. \tag{15}$$

5. — *Espérances mathématiques totales des joueurs et des cartes.*

Nous trouvons maintenant les espérances mathématiques des joueurs et des cartes, en multipliant les membres des équations (9) à (13) par π_μ, et en les sommant de $\mu = 0$ à $\mu = 20$.

Les résultats sont les suivants.

$$\begin{aligned}
\Gamma_S &= \frac{0{,}56155\,C + 0{,}13289\,\Sigma\mu\pi_\mu - 0{,}69444\,\Sigma s_\mu\pi_\mu - \Sigma y_\mu\pi_\mu}{n} \\
&= \frac{0{,}56155\,C + 0{,}4061 - 2{,}1219 - 19{,}7374}{n} \\
&= \frac{0{,}56155\,C - 21{,}4532}{n}
\end{aligned} \tag{16}$$

$$\Gamma_{Cl} = \Gamma_M = 0{,}12560\,C + 0{,}01329\,\Sigma\mu\pi_\mu - 0{,}13889\,\Sigma t_\mu\pi_\mu \tag{17}$$

$$\Gamma_{CM} = \frac{1}{5}\Gamma_M = 0{,}02512\,C - 0{,}97827 \tag{18}$$

$$\begin{aligned}
\Gamma_{Ch} &= 0{,}16213\,C - 0{,}16213\,\Sigma\mu\pi_\mu - \frac{\Sigma s_\mu\pi_\mu}{n} - \frac{\Sigma y_\mu\pi_\mu}{n} - \Sigma z_\mu\pi_\mu \\
&= 0{,}16213\,C - 0{,}49539 - \frac{3{,}0555}{n} - \frac{19{,}7374}{n} - 2{,}73138 \\
&= 0{,}16213\,C - 3{,}22677 - \frac{22{,}7929}{n}
\end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}
\Gamma_{Au} &= \Sigma t_\mu\pi_\mu + \frac{\Sigma s_\mu\pi_\mu}{n} + \frac{\Sigma y_\mu\pi_\mu}{n} \\
&= 35{,}50976 + \frac{3{,}0555}{n} + \frac{19{,}7374}{n} \\
&= 35{,}50976 + \frac{22{,}7929}{n}.
\end{aligned} \tag{20}$$