

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 26 (1927)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: FORMULES ELLIPTIQUES POUR LA RÉOLUTION DE CERTAINES ÉQUATIONS DE FERMAT
Autor: Turrière, Emile
Kapitel: INTERPRÉTATION GÉOMÉTRIQUE.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-21256>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 30.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

en introduisant la fonction $f(t)$ du paragraphe 5:

$$f(t) \equiv p't - p'' - s(p^t - p^v) ;$$

d'où pour X' et X'' les expressions en produits de sigma se réduisant à celles du paragraphe 12 par simple changement d'argument $u = t + \omega$.

14. — *Etude directe de la relation entre X' et X'' .* — Les racines X' , X'' sont liées par la relation

$$xy(x + y - s) = A(x + y) + B ,$$

représentative d'une cubique plane. La discussion précédente a mis en évidence l'existence d'arithmopoints sur cette cubique quels que soient A , B et s :

$$x = -\frac{B}{A}, \quad y = s + \frac{B^2 - A^3}{AB} ,$$

$$x = -\frac{B}{A}, \quad y = 0, \dots$$

et ceux qui en résultent par symétrie par rapport à l'axe $x = y$.

D'autre part, si on se donne x , l'équation en y est du second degré; de même l'équation en x pour une valeur donnée de y . Ainsi, de tout couple donné (x_1, y_1) représentatif d'un arithmopoint, il est possible de déduire immédiatement deux nouvelles solutions (x_1, y_2) et (x_2, y_1) et ainsi de suite dans les deux sens.

Ceci revient à partir d'un arithmopoint de cette cubique plane et à mener les parallèles à l'une et à l'autre des asymptotes $x = 0$, $y = 0$. C'est sous une forme élémentaire l'addition des arguments des fonctions elliptiques.

La cubique considérée peut-être représentée par les fonctions de Weierstrass au moyen des formules qui ont été données aux paragraphes 12 et 13, pour les expressions de X' et X'' .

INTERPRÉTATION GÉOMÉTRIQUE.

15. — Soient t, t' deux arithmopoints quelconques d'une arithmoconique (P) du plan des coordonnées. En désignant par S et P

la somme et le produit des paramètres t et t' de ces points, une relation quelconque entre S et P peut-être considérée comme l'équation tangentielle d'une courbe (Q) du plan, enveloppée par la corde tt' ; et réciproquement.

L'ensemble de cette équation tangentielle et de celle, $S^2 - 4P = 0$, de la conique (P) , représente les tangentes communes à (P) et à (Q) ; l'existence des solutions rationnelles pour ce système d'équations équivaut à la détermination rationnelle d'autant de tangentes communes.

Sans restreindre la généralité de la question, il est toujours possible de prendre pour (P) une parabole d'équations paramétriques $x = t^2, y = t$. La corde tt' de cette courbe a pour équation :

$$x - Sy + P = 0 ;$$

les coordonnées tangentielles de cette droite sont $u = 1, V = -S, W = P$.

Si, d'autre part, l'équation tangentielle d'une seconde conique (Q) est :

$$aU^2 + 2bUV + cV^2 + 2dUW + 2eVW + fW^2 = 0 ,$$

le problème de la détermination des cordes joignant deux arithmopoints de la parabole (P) et tangentes à la conique (Q) est réduit à l'équation

$$a - 2bS + cS^2 + 2dP - 2ePS + fP^2 = 0 .$$

La disparition de P^2 exige que la conique (Q) soit elle aussi une parabole ($f = 0$).

La disparition du terme en S^2 exige que la conique Q soit tangente à l'axe Ox de la parabole (P) .

Pour que la relation entre P et S soit homographe, il faut et il suffit que la conique (Q) soit une parabole tangente à l'axe de la parabole (P) .

Comme le coefficient e de PS ne saurait être nul sans décomposition d'une part de la parabole (Q) et sans dégénérescence d'autre

part, de l'homographie, il sera pris égal à l'unité; les formules de correspondance sont:

$$A = -b, \quad B = \frac{a}{2}, \quad s = d, \quad e = 1.$$

La parabole (Q) dépend de trois paramètres; son équation tangentielle est:

$$BU^2 - AUV + sUW + VW = 0. \quad (Q)$$

L'équation ponctuelle s'obtient immédiatement en remplaçant, dans l'équation de la corde tt' , le produit P par son expression homographique en S et en égalant à zéro le discriminant du polynome en S, du second degré, ainsi obtenu:

$$(x + sy + A)^2 = 4y(sx - B), \quad (Q)$$

ou encore

$$(x - sy + A)^2 + 4(As + B)y = 0;$$

cette parabole (Q) touche Ox au point $x = A$; l'autre tangente issue de O a pour équation $Ax + By = 0$: c'est une arithmocode particulière de (P), qui représente la solution $S = -\frac{B}{A}$, $P = 0$.

La directrice a pour équation $y + sx = B$; les coordonnées du foyer sont:

$$x = \frac{Bs - A}{1 + s^2}, \quad y = -\frac{As + B}{1 + s^2}.$$

EXAMEN DE CAS SPÉCIAUX.

16. — *Cas où l'équation $D = 0$ a une seconde racine rationnelle.* — Soit $S = 2a$, la racine rationnelle (autre que $S = s$). Alors:

$$S^2 - sS^2 - 4AS - 4B \equiv (S - 2a)(S^2 - 2LS + 2M);$$

a , L et M sont supposés donnés; soit $\delta = L^2 - 2M$ la quantité dont dépend la réalité des racines du facteur quadratique.