

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 26 (1927)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR LE TRIANGLE DES PIEDS DES HAUTEURS
Autor: Streit, Arnold
Kapitel: 2. — Distances du centre du cercle circonscrit au triangle donné aux côtés de ce triangle.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-21251>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 19.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Cette formule exprime la surface d'un triangle en fonction du rayon du cercle inscrit, du diamètre du cercle circonscrit et du rayon du cercle inscrit dans le triangle des pieds des hauteurs.

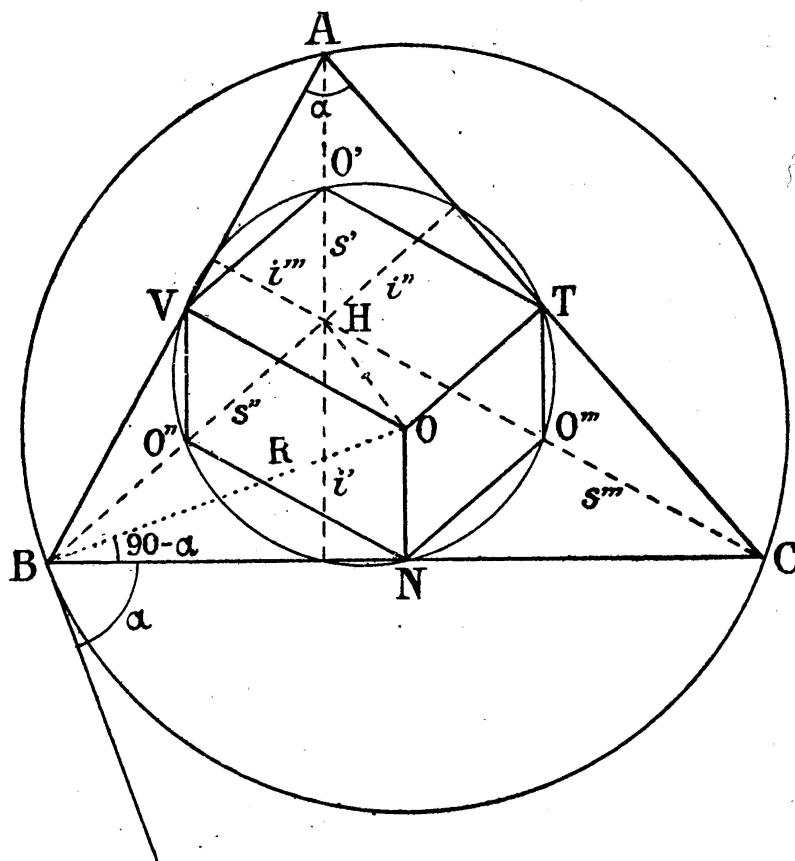


Fig. 5.

2. — Distances du centre du cercle circonscrit au triangle donné aux côtés de ce triangle.

La figure (5) donne

$$ON = R \cos \alpha = \frac{s'}{2},$$

$$OT = R \cos \beta = \frac{s''}{2},$$

$$OV = R \cos \gamma = \frac{s'''}{2};$$

$$ON + OT + OV = \frac{1}{2}(s' + s'' + s''').$$

Or

$$s' + s'' + s''' = 2(r + R). \quad (30)$$

¹ *Op. cité*, p. 42 (formule 11).

Donc

$$\underline{ON + OT + OV = r + R}, \quad (31)$$

c'est-à-dire

THÉORÈME. — *La somme des distances du centre du cercle circonscrit à un triangle aux côtés du triangle est égale à la somme des rayons des cercles inscrit et circonscrit.*

Conséquence. — Il en résulte que le périmètre de l'hexagone $O'VO''NO'''T$ est égal à $2(r + R)$.

3. — Triangles aux sommets.

A. CERCLES INSCRITS. — Les triangles aux sommets AB_1C_1 , BC_1A_1 , CA_1B_1 étant semblables au triangle ABC donné, nous avons (fig. 1):

$$\Delta AB_1C_1 \dots \quad \frac{r'}{r} = \frac{a_1}{a} = \cos \alpha,$$

d'où

$$\Delta AB_1C_1 \dots \quad r' = r \cos \alpha,$$

$$\Delta BC_1A_1 \dots \quad r'' = r \cos \beta,$$

$$\Delta CA_1B_1 \dots \quad r''' = r \cos \gamma,$$

c'est-à-dire

Le rayon du cercle inscrit dans l'un quelconque des triangles aux sommets est égal au rayon du cercle inscrit dans le triangle donné multiplié par le cosinus de l'angle commun.

Par suite

$$r' + r'' + r''' = r(\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma).$$

Or

$$\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = \frac{r + R}{R}. \quad (32)$$

Donc

$$\underline{r' + r'' + r''' = r + \frac{r^2}{R}}. \quad (33)$$

En outre

$$r' r'' r''' = r^3 (\cos \alpha \cos \beta \cos \gamma).$$

Mais (16)

$$\cos \alpha \cos \beta \cos \gamma = \frac{r_1}{2R}.$$