Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 26 (1927)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR LE TRIANGLE DES PIEDS DES HAUTEURS

Autor: Streit, Arnold

Kapitel: Introduction.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-21251

On obtient après un calcul facile

$$R'^{\cdot\cdot\cdot\nu}_{\omega\mu\lambda} = {}^0R^{\cdot\cdot\cdot\nu}_{\omega\mu\lambda} - 2\,A^{\nu}_{\lambda}\, m_{[\omega\mu]} + 2\,A^{\nu}_{[\omega}\, m_{\mu]\lambda} \,, \tag{26}$$

où

$$m_{\mu\lambda} = \nabla_{\mu} M_{\lambda} - M_{\mu} M_{\lambda} - S^{\cdot\cdot\alpha}_{\mu\lambda} M_{\alpha} \,.$$

L'élimination de $m_{\mu\lambda}$ de l'équation (26) nous conduit à l'affineur

$${}^0R^{\cdot\cdot\cdot\nu}_{\omega\mu\lambda} - \frac{1}{n+1} A^{\nu}_{\lambda}\, {}^0V_{\omega\mu} - \frac{2}{n-1} A^{\nu}_{[\omega}\left({}^0R_{\mu]\lambda} + \frac{1}{n+1}\, {}^0V_{\mu]\lambda}\right)$$

qui est invariant par rapport aux transformations (24).

Prague, septembre 1926.

SUR LE TRIANGLE DES PIEDS DES HAUTEURS

PAR

Arnold STREIT, Dr Phil. (Berne).

INTRODUCTION.

Dans les développements, nous avons surtout utilisé des procédés trigonométriques. Ceux-ci nous ont permis de découvrir un certain nombre de théorèmes et quelques relations trigonométriques.

Notations. — Nous désignerons les sommets du triangle donné par A, B, C; les côtés opposés par a, b, c; les angles correspondants par α, β, γ; les hauteurs par h', h'', h''', leurs segments supérieurs par s', s'', s''' et les segments inférieurs par i', i'', i'''; les segments déterminés par les hauteurs sur les côtés respectifs par a', a'', b', b'', c', c''; le rayon du cercle inscrit par r, celui du cercle circonscrit par R et ceux des cercles ex-inscrits par r_a, r_b, r_c; le périmètre par u et la surface par S.

Soient A_1, B_1, C_1 les sommets du triangle des pieds des hauteurs; a_1, b_1, c_1 ses côtés; α_1, β_1, γ_1 ses angles; h_1', h_1'', h_1''' ses hauteurs; r_1 et R_1 les rayons des cercles inscrit et circonscrit; u_1 son périmètre et S_1 sa surface.

Soient enfin respectivement r', r'', r''' les rayons des cercles inscrits dans les triangles aux sommets AB_1C_1, BC_1A_1, CA_1B_1 et R', R'', R''' ceux des cercles circonscrits (à ces triangles).

1. — Expression des éléments, du périmètre et de la surface du triangle des pieds des hauteurs en fonction des éléments du triangle donné.

A. Angles. — Les hauteurs du triangle donné sont, comme on sait, les bissectrices des angles du triangle des pieds des hauteurs (fig. 1):

$$\sphericalangle\, AA_1C_1 = \sphericalangle\, AA_1B_1 = \frac{\alpha_1}{2} .$$

Le quadrilatère ABA_1B_1 étant inscriptible, on a

$$\sphericalangle\, AA_1B_1 = \sphericalangle\, ABB_1 ,$$

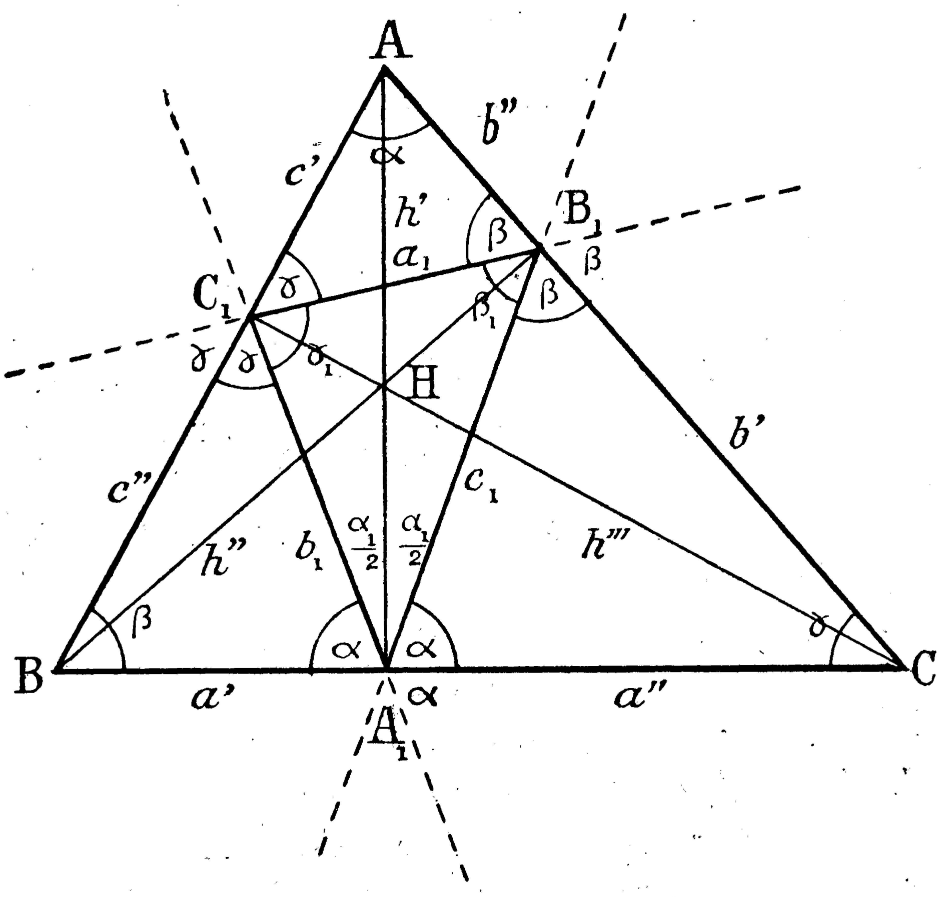

Fig. 1.