

# **E. Laine. — Précis d'Analyse mathématique à l'usage des Candidats au Certificat de Calcul différentiel et intégral. Tome II. Théorie des équations différentielles. Géométrie infinitésimale. Equations aux dérivées partielles. Avec la collaboration de G. ...**

Autor(en): **Buhl, A.**

Objektyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **26 (1927)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.09.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

des Nombres et sans avoir alors besoin de faire de trop théoriques efforts. M. Niewenglowski nous invite à jouer avec les nombres comme le voulaient Bachet, sieur de Méziriac, et, plus récemment, Edouard Lucas.

L'ouvrage débute par de curieuses identités arithmétiques puis par des résolutions d'équations en nombres entiers; l'humour s'en mêle avec le problème des Hollandais achetant des cochons et permettant, à un observateur de cette opération commerciale, de repérer les femmes des acheteurs. Catalan a protesté contre cet énoncé, n'y voulant voir qu'un certain système d'équations; il a peut-être eu tort car ce n'est pas absolument rien que de mettre le problème en équations.

Signalons les fameux nombres non premiers, tels

$$2^{32} + 1, \quad 2^{64} + 1$$

et l'étude de nombreux cas de divisibilité qui ne relèvent que d'identités algébriques très élémentaires. Il y a également de belles symétries du côté des nombres *cycliques* qui se reproduisent dans leurs multiples considérés consécutivement ou de deux en deux, de trois en trois, etc. Les progressions arithmétiques et géométriques se combinent très élégamment avec les propriétés de divisibilité. Les carrés, les cubes, les racines sont encore d'esthétiques prétextes d'analyse indéterminée. Les deux derniers chapitres, plus savants, ont trait aux théorèmes de Fermat et de Wilson ainsi qu'à l'équation de Pell.

Tout cela fait 260 problèmes non seulement captivants mais d'une indéniable valeur pédagogique, ce que prouvent les mentions indiquant les questions proposées comme sujets d'examens ou de concours; l'Agrégation figure dans ces mentions avec une question divisée ici en plusieurs autres et à laquelle M. Cartan a déjà consacré des développements publiés dans les *Nouvelles Annales*. Une fois de plus, M. Niewenglowski a prouvé que les jeux mathématiques côtoient vite la science profonde.

A. BUHL (Toulouse).

E. LAINÉ. — **Précis d'Analyse mathématique à l'usage des Candidats au Certificat de Calcul différentiel et intégral.** Tome II. Théorie des équations différentielles. Géométrie infinitésimale. Equations aux dérivées partielles. Avec la collaboration de G. BOULIGAND. — Un vol. de vi-316 pages et 41 figures. Prix: 40 francs. Vuibert, Paris, 1927.

Nous avons récemment examiné (p. 155) le Tome premier de ce Précis. Le Tome second suit avec une rapidité que bien des auteurs et des éditeurs devraient imiter; c'est une bonne fortune pour les étudiants de nos Facultés, ceux-ci se perdant souvent dans des ouvrages, magnifiques mais trop volumineux, d'où ils ne savent pas extraire les matières exigées au Certificat d'Analyse.

Les équations différentielles nous font débiter par des théorèmes d'existence, par des séries simples ou doubles accompagnées de séries majorantes. Les séries doubles recouvrent des quarts de plan que l'on peut recouvrir aussi d'aires quadrantales toujours comparables à des quarts de cercles tous centrés à l'origine de la série; c'est sans doute le moyen le plus pratique d'apparenter la série double à la série simple.

Des exemples très clairs nous familiarisent avec les points singuliers *fixes*

ou *mobiles*. Toute la science de M. Painlevé n'a pas épuisé les cas généraux mais rien de plus immédiat qu'une explication appuyée sur des cas particuliers bien choisis. Ainsi

$$x dx + y dy = 0 \quad \text{donne} \quad x^2 + y^2 = a^2$$

d'où, en  $a$ , une singularité mobile pour  $y$ .

Une équation *linéaire* n'admet que des singularités fixes. Quant aux intégrales singulières, elles sont étudiées autant comme lieux de singularités que comme enveloppes.

La différentiation de l'équation générale  $F(x, y, y') = 0$  montre dans quels cas cette opération est propre à des combinaisons favorables à l'intégration; l'équation de Clairaut ne se rattache à ces considérations que d'une manière très particulière.

L'équation de Riccati est immédiatement ramenée aux équations linéaires et l'équation de Laplace

$$(a_0 x + b_0) y'' + (a_1 x + b_1) y' + (a_2 x + b_2) y = 0$$

prépare très heureusement les généralités du théorème de Fuchs.

En Géométrie infinitésimale, les méthodes vectorielles triomphent. Les symétries analytiques rapidement obtenues, en matière de courbure et de torsion des courbes gauches, suffiraient à justifier les dites méthodes. Considérations excellentes sur les développées des courbes gauches, développées qui deviennent des hélices quand la courbe initiale est plane. Toutes les enveloppes sont généralement considérées comme des lieux de caractéristiques. Les surfaces sont brillamment étudiées en coordonnées curvilignes; le théorème de Joachimstahl illustre maints problèmes de lignes de courbure et la courbure totale ne va point sans une belle analyse vectorielle propre à mettre en évidence son caractère invariant lors de la déformation. Il en va de même pour les développées des surfaces. Viennent ensuite les notions de courbure géodésique, de torsion relative, les congruences de droites et particulièrement les congruences de normales; la méthode vectorielle est propre à élémentariser tout cela.

Les surfaces dites autrefois *applicables* sont dites ici *isométriques*; elles sont suivies des transformations de contact, des complexes et des équations de Monge y associées.

Les formules de Green, d'Ostrogradsky, de Stokes, déjà construites dans le premier volume, sont reprises ici en notations vectorielles et M. Lainé termine son œuvre avec d'intéressantes pages sur les groupes continus immédiatement liés aux systèmes différentiels ordinaires.

Le livre V et dernier a trait aux équations aux dérivées partielles et est rédigé par M. Georges Bouligand qui, aux solutions à *fonctions arbitraires*, oppose bientôt les solutions à *conditions limites*. La fonction *préharmonique*, moyenne, en chaque nœud d'un quadrillage, de ses valeurs aux quatre nœuds voisins tend aisément vers la fonction harmonique du problème de Dirichlet brièvement analysé dans le cas du cercle.

Pour les équations du premier ordre, M. Bouligand remarque excellemment une chose que j'ai essayé de faire ressortir aussi dans le fascicule XVI du *Mémorial des Sciences mathématiques*, fascicule consacré aux *Formules stokiennes*; c'est que l'espace vectoriel impose les symétries et les images

intuitives se rapportant à ces équations. Les conditions d'intégrabilité des systèmes, les associations de formes de Pfaff, même les caractéristiques prises d'abord tout autrement par Cauchy, tout cela relève des méthodes de Grassmann et de ses disciples, de multiplication et de dérivation *extérieures* selon M. E. Cartan, donc, en fin de compte, de la méthode vectorielle ouvrant alors franchement la voie aux théories tensorielles. L'ouvrage ne va pas jusque là mais il prépare fort bien cet aboutissement. Il se termine d'ailleurs par les équations de Monge-Ampère qui sont aussi les équations du second ordre le plus immédiatement susceptibles de générations de nature vectorielle.

Nombreux sont les exercices résolus et à résoudre (certains constituant une notable ouverture sur les fonctions elliptiques); l'instrument de travail est l'un des plus parfaits qui soient.

A. BUHL (Toulouse).

P.-C. DELENS. — **Méthodes et Problèmes des Géométries différentielles euclidienne et conforme** Préface de M. E. CARTAN. — Un vol. gr. in-8° de X-184 pages. Prix: 40 francs. Gauthier-Villars et Cie. Paris, 1927.

Cet ouvrage rappelle celui de C. Burali-Forti et T. Boggio intitulé *Espaces courbes, Critique de la Relativité*, que nous avons analysé ici (T. XXIII, 1923, p. 334) et qui est d'ailleurs cité par M. Delens. Seulement le présent auteur n'éprouve point le besoin d'émettre une opinion relativiste; les magnifiques progrès de la géométrie dus, en grande partie, aux Théories einsteiniennes mais aussi à d'autres influences récemment examinées par M. G. Bouligand (*Revue Scientifique*, 8 octobre 1927) suffisent, en eux-mêmes, à des développements grandioses.

Ceci est aussi naturellement très mêlé avec la Théorie des groupes et, les groupes les plus maniables, les plus immédiatement géométriques étant les groupes homographiques, le Calcul vectoriel, qui n'était guère autrefois qu'un calcul de translations et de rotations, a pu se hausser jusqu'aux homographies les plus étendues. Ce n'est pas tout. Il y a des espaces, d'ailleurs faciles à concevoir, dont les éléments sont des cercles et des sphères; les coordonnées y sont notamment pentasphériques mais, là encore, le Calcul géométrique pur peut s'introduire avec utilité et élégance.

Il n'est pas absolument aisé de bien préciser l'origine historique de tout ceci. Möbius et Grassmann furent prodigieux mais semblent déjà lointains. L'école italienne fut suivie par une école hollandaise (Schouten, Struik, Hlavaty); en France, M. Cartan semble avoir apporté des synthèses particulièrement remarquables par un maniement ingénieux et simple des formes de Pfaff liées par les opérations ultra-élémentaires de multiplication extérieure ou de dérivation extérieure, celle-ci revenant à la construction de formules stokiennes. Ces dernières formules, nées pour l'Electromagnétisme, triomphent maintenant en géométrie pure. Electromagnétisme équivaut à Géométrie et réciproquement. Ce qui prouve que toutes ces considérations sont vraiment des formes durables de la pensée humaine, c'est justement leur extrême généralité. Elles ne s'étudient pas sans peine mais, quand on est arrivé à les posséder, on constate avec surprise que tout ce que l'on savait auparavant de Géométrie, de Cinématique, de Mécanique, ..., ne fait plus l'effet que de bribes auxquelles on s'étonne d'avoir attaché tant d'importance.

La Science semble avoir des stades d'initiation non également accessibles