Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 26 (1927)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: LOGARITHME D'UNE SOMME ET D'UNE DIFFÉRENCE

Autor: Petrovitch, Michel

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-21259

LOGARITHME D'UNE SOMME ET D'UNE DIFFÉRENCE

PAR

M. Michel PETROVITCH (Belgrade).

Les logarithmes de Gauss ont pour objet de faire trouver le logarithme de la somme et de la différence de deux nombres par le moyen de leurs logarithmes, ces nombres étant eux-mêmes inconnus, et sans faire usage des logarithmes usuels des nombres.

Ce calcul exige l'usage de Tables de Gauss qui fournissent dans la formule

$$\log(a+b) = \log b + \mathrm{B} \ ,$$

la valeur B correspondant à la valeur connue

$$\mathrm{A} = \log b - \log a$$

Les mêmes Tables fournissent le logarithme de la différence par la formule

$$\log(a-b) = \log a - (\mathrm{B} - \mathrm{A}) \ ,$$

où A est le nombre qui, dans les Tables, correspond au nombre

$$\mathrm{B} = \log a - \log b \ .$$

On n'enseigne pas, en mathématiques élémentaires, ce procédé exigeant l'emploi de Tables spéciales peu employées.

Or, on pourrait, peut-être, enseigner le procédé aussi élémentaire suivant, résolvant le même problème que les Tables de Gauss, *mais n'utilisant que les Tables, constamment en usage, des logarithmes des fonctions trigonométriques.*

De
$$\log(a+b) = \log a + X ,$$
où
$$X = \log\left(1 + \frac{b}{a}\right) ,$$
en posant
$$\frac{b}{a} = \operatorname{tang}^2 \alpha ,$$
on trouve que
$$X = \log \sec^2 \alpha = -2 \log \cos \alpha ,$$
d'où la proposition:

Le logarithme de la somme de deux nombres positifs a *et* b (a > b) *est égal à* log a *moins le double du logarithme du cosinus de l'angle dont le* log tang *a pour valeur* $\frac{1}{2}$ (log b — log a).

De même, de
$$\log(a-b) = \log a + Y ,$$
où
$$Y = \log\left(1 - \frac{b}{a}\right) ,$$
en posant
$$\frac{b}{a} = \sin^2 \beta ,$$
on trouve que
$$Y = 2 \log \cos \beta ,$$
d'où la proposition:

Le logarithme de la différence de deux nombres positifs a *et* b (a > b) *est égal à* log a *plus le double du logarithme du cosinus de l'angle dont le* log sin *a pour valeur* $\frac{1}{2}$ (log b — log a).

Donc, pour calculer les valeurs de
$$\log(a+b) \qquad \text{et} \qquad \log(a-b) \qquad\qquad (a > b)$$
directement à l'aide des valeurs données
$$\log a = \lambda , \qquad \log b = \mu ,$$
on calculera le nombre
$$M = \frac{\mu - \lambda}{2} ;$$

dans les Tables fournissant les logarithmes des fonctions trigonométriques, on cherchera la valeur

$$\log \cos = X'$$

correspondant à la valeur

$$\log \operatorname{tang} = M$$

et l'on aura

$$\log (a + b) = \log a - 2\, X' \;;$$

dans les mêmes Tables on cherchera la valeur

$$\log \cos = Y'$$

correspondant à la valeur

$$\log \sin = M$$

et l'on aura

$$\log (a - b) = \log a + 2\, Y'$$

Exemple :

$$\log a = 3{,}7835677 \qquad M = \bar{1}{,}5914583$$

$$\log b = 2{,}9664843 \qquad X' = \bar{1}{,}9692029$$

d'où

$$\log (a + b) = 3{,}8451619$$

En même temps

$$Y' = \bar{1}{,}9641015$$

d'où

$$\log (a - b) = 3{,}7117707$$