

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 25 (1926)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** SOLUTION D'UN PROBLÈME DE DIOPHANTE  
**Autor:** Turrière, É.  
**Kapitel:** L'équation  $\mu y^2 = x^4 + a$ .  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-20683>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 28.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

d'un certain argument constant  $w$ :

$$p^{2w} = \frac{1}{3}(2\gamma^2 + 1) , \quad p'^{2w} = -\gamma(1 + \gamma^2) ,$$

$$p^{4w} = \frac{11\gamma^6 + 20\gamma^4 - 20\gamma^2 - 32}{48(\gamma^2 + 1)^2} ,$$

$$p\left(w - \frac{v}{2}\right) = \frac{1}{6}(\gamma^2 + 2) , \quad p'\left(w - \frac{v}{2}\right) = \gamma , \quad p''\left(w - \frac{v}{2}\right) = \gamma^2 ,$$

$$p\left(w + \frac{v}{2}\right) = \frac{1}{6}(\gamma^2 - 4) , \quad p'\left(w + \frac{v}{2}\right) = -\gamma , \quad p'' = 2 - \gamma^2 ,$$

$$p\left(w - \frac{3}{2}v\right) = \frac{\gamma^4 - 4\gamma^2 + 24}{6\gamma^2} , \quad p' = -\frac{\gamma^4 - 4\gamma^2 + 16}{\gamma^3} ,$$

$$p\left(w + \frac{3}{2}v\right) = \frac{\gamma^6 - 2\gamma^4 + 20\gamma^2 + 8}{6(\gamma^2 - 2)^2} , \quad p' = \frac{2\gamma^4 - 3\gamma^2 + 8}{(2 - \gamma^2)^3} ,$$

$$p(2w - v) = -\frac{1}{12}(\gamma^2 + 8) , \quad p' = \frac{1}{4}\gamma^3 ,$$

$$p(2w + v) = -\frac{\gamma^4 + 4\gamma^2 + 12}{12\gamma^2} , \quad p' = \frac{\gamma^6 - 2\gamma^4 + 4\gamma^2 + 8}{4\gamma^3} ,$$

$$p(4w - 2v) = \frac{11\gamma^8 + 16\gamma^6 + 96\gamma^4 + 768\gamma^2 + 768}{48\gamma^6} ,$$

$$p\left(3w - \frac{v}{2}\right) = \frac{\gamma^4 + 20\gamma^2 + 24}{6\gamma^2} , \quad p' = \frac{5\gamma^4 + 20\gamma^2 + 16}{\gamma^3} .$$

L'ÉQUATION  $\mu y^2 = x^4 + a$ .

7. — Soient  $a$  et  $\mu$  deux nombres rationnels donnés et soit  $(x_0 y_0)$  une solution primitive de l'équation indéterminée

$$\mu y^2 = x^4 + a .$$

Cette solution particulière peut être rejetée à l'infini par la transformation homographique

$$x = x_0 + \frac{\mu y_0^2}{X} , \quad y = y_0 \cdot Y ,$$

qui transforme l'équation considérée en l'équation suivante de FERMAT:

$$(YX^2)^2 = X^4 + 4x_0^3X^3 + 6\mu x_0^2y_0^2X + 4\mu^2 x_0 y_0^4 X + \mu^3 y_0^6 .$$

Les formules de représentation des solutions au moyen des fonctions elliptiques sont:

$$\begin{aligned} g_2 &= \mu^2 y_0^4, \quad g_3 = 0; \\ p^v &= -ax_0^2, \quad p'v = ax_0(a - x_0^4), \\ p''v &= -\frac{1}{2}a(x_0^8 - 10ax_0^4 + a^2); \\ x + x_0^3 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{p'u - p'v}{p^u - p^v}, \quad Y = \pm \frac{1}{X^2}[p(u + v) - p^u]. \end{aligned}$$

8. *Généralisation de l'équation de Diophante.* — Les résultats ci-dessus trouvent leur application immédiate dans la résolution, à partir d'une solution primitive, des équations indéterminées du type

$$\mu y^2 = x^4 + z^4 + t^4.$$

$\mu$  étant un nombre rationnel donné. Par exemple, dans le cas ( $\mu = 3$ ), la solution de

$$3y^2 = x^4 + z^4 + t^4$$

réulte de la connaissance de la solution primitive (1, 1, 1, 1): en prenant donc

$$\begin{aligned} a &= 2, \quad g_2 = 18, \quad g_3 = 0, \quad x_0 = 1, \quad y_0 = 1, \\ p^v &= -2, \quad p'v = -2, \quad p''v = 15, \end{aligned}$$

la solution  $u = v$  donne à la limite:

$$x + 1 = \frac{1}{2} \frac{p''v}{p^v}, \quad x = \frac{11}{4}, \quad x = \frac{23}{11},$$

d'où

$$23^4 + 11^4 + 11^4 = 3 \cdot (3 \cdot 107)^2;$$

on aurait ensuite

$$p^{2v} = \left(\frac{17}{4}\right)^2, \quad p'^{2v} = -\frac{4879}{32}, \quad \text{etc. ...}$$

9. *L'équation  $2y^2 = x^4 + z^4 + t^4$ .* — Parmi les équations qui viennent d'être traitées d'une manière générale, celle qui correspond au cas  $\mu = 2$  (*trouver trois nombres dont la somme des*

bicarrés soit le double d'un carré) est particulièrement intéressante: une solution primitive dépendant d'un paramètre arbitraire est en effet connue. Si trois nombres rationnels algébriques ont leur somme nulle, la somme de leurs bicarrés est toujours le double d'un carré; cela résulte de l'identité algébrique:

$$x^4 + y^4 + (x + y)^4 \equiv 2(x^2 + xy + y^2)^2.$$

Si donc  $b$  et  $c$  sont deux nombres rationnels quelconques, l'équation

$$2y^2 = x^4 + b^4 + c^4, \quad (a = b^4 + c^4),$$

admet toujours la solution primitive

$$x_0 = b + c, \quad y_0 = b^2 + bc + c^2,$$

comme le justifient en particulier les égalités:

$$1^4 + 1^4 + 2^4 = 2 \cdot 3^2,$$

$$1^4 + 2^4 + 3^4 = 2 \cdot 7^2, \text{ etc. ...}$$

Alors:

$$g_2 = 4a(b^2 + bc + c^2)^4(b^4 + c^4), \quad g_3 = 0,$$

$$p^v = -(b^4 + c^4)(b + c)^2,$$

$$p'^v = -2bc(b + c)(b^4 + c^4)(2b^2 + 3bc + 2c^2);$$

la solution limite pour  $u = v$  est en particulier:

$$X = -\frac{x_0^8 + 8ax_0^4 - a^2}{2x_0(x_0^4 - a)}, \quad Y = \frac{p^{2v} - p^v}{X^2}.$$

Parmi les solutions simples de cette équation, sont à signaler les suivantes (avec des nombres tels qu'aucun d'eux ne soit somme des deux autres):

$$1^4 + 3^4 + 10^4 = 2 \cdot 71^2,$$

$$7^4 + 7^4 + 12^4 = 2 \cdot 113^2,$$

$$23^4 + 46^4 + 121^4 = 2 \cdot (10 \ 467)^2,$$

$$26^4 + 239^4 + 239^4 = 2 \cdot (57 \ 123)^2.$$