

**N. E. Nörlund. — Vorlesungen über  
Differeimrechnung. — Un volume gr. in-8° de  
x-552 pages et 54 figures. Prix : 6 dollars,  
broché, 24 M. ; cartonné, 25,20. J. Springer.  
Berlin. 1924.**

Autor(en): **Buhl, A.**

Objektyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **25 (1926)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

de plus. Quelle lumineuse et prophétique puissance du génie. Quel démenti aux esprits ultra-utilitaires qui ne jugent bonnes, en science, que les choses à applications visiblement immédiates.

Revenons aux quanta. Un problème de gravitation corpusculaire peut être à peu près résolu à l'image d'un problème astronomique sans que la *quantification* soit encore opérée. Celle-ci consiste généralement à disposer de constantes d'intégration, de conditions initiales, de telle manière que la circulation électronique se fasse sur des trajectoires *stationnaires*. Il faut de plus s'attendre à des phénomènes qui n'ont point leur équivalent en astronomie. Les trajectoires stationnaires, comme leur nom l'indique, ne varient évidemment point de manière continue, mais le corpuscule qui les parcourt peut sauter, tout à coup, d'une trajectoire sur une autre, ce qui s'accompagne de brusques variations, de *quanta* énergétiques. L'idéal est de trouver des équations de mouvement valables après le saut comme avant, dût-on simplement y changer, de manière discontinue, par *quanta*, la valeur de certaines constantes. Ajoutons que si nous ne pouvons observer la gravitation corpusculaire aussi directement que l'astronome observe la gravitation planétaire, la première théorie a cependant une correspondance remarquable dans la distribution des raies spectrales dues à la lumière émise par l'atome.

Tel est le captivant sujet résumé par M. Juvet. La mécanique analytique de l'ouvrage est presque toujours celle de Poincaré; les quantifications sont étudiées ensuite, conformément à la théorie de Bohr, sur l'atome d'hydrogène, sur l'atome d'hélium ionisé, sur l'atome de lithium doublement ionisé.

Viennent ensuite les problèmes à deux degrés de liberté, les systèmes quasi-périodiques et la notion d'invariants adiabatiques permettant la quantification de systèmes dégénérés. Tout cela fait partie d'une théorie générale des perturbations qui appelle encore de nombreuses recherches et les plus divers compléments. Quant au moindre mérite que l'on puisse attribuer à M. Juvet, c'est de venir au secours des chercheurs, en leur fournissant un résumé concis et commode de l'état actuel d'une question qui tend, au moins autant que la Gravifique, à renouveler la Physique mathématique.

A. BUHL (Toulouse).

N. E. NÖRLUND. — **Vorlesungen über Differenzenrechnung.** — Un volume gr. in-8° de x-552 pages et 54 figures. Prix : 6 dollars, broché, 24 M. ; cartonné, 25,20. J. Springer. Berlin. 1924.

Beau livre qui ne va point sans réminiscences. A peine l'avais-je sous les yeux que je me souvenais de la *Theorie der linearen Differenzgleichungen* de A. Guldberg et G. Wallenberg, analysée jadis par *L'Enseignement Mathématique* (t. XIV, 1912, p. 77).

Cette dernière analyse ayant été fort élogieuse, je me hâte de dire que les meilleures traditions ont été excellemment maintenues par M. Nörlund.

Des géomètres de valeur jugent la théorie des différences comme quelque peu en marge de la science classique, de celle du continu et des équations différentielles. Cependant des fonctions fort simples, comme la fonction gamma, satisfont naturellement non à une équation différentielle, mais à une équation aux différences.

De plus, ces dernières équations portent à considérer des suites de nombres à noms illustres (nombres de Bernoulli, d'Euler, etc.), des suites de polynômes dénommées de même et enfin une foule de formules éminemment esthétiques et toujours constructibles comme celles des théories d'Abel et de Cauchy. Les propriétés fonctionnelles approchées sont ici rarement de mise.

Le but le plus essentiel de la théorie est la résolution des équations aux différences. Bien que le présent ouvrage contienne quelques équations non linéaires, les généralités théoriques ne se développent guère que sur les équations linéaires, mais combien cela suffit pour ravir l'amateur d'élégantes combinaisons ; il y en a tant qu'on ne sait quel exemple donner. D'ailleurs, l'auteur associe à la différence de deux ordonnées consécutives la somme ou plutôt la demi-somme de celles-ci, c'est-à-dire la notion de valeur moyenne, d'où des opérations  $\Delta$  et  $\nabla$ .

Les polynômes ayant d'abord joué un grand rôle dans la résolution des équations fonctionnelles, les séries trigonométriques réelles interviennent ensuite ; mais le plus grand intérêt est, encore un peu plus loin, dans le domaine complexe où les théorèmes de Cauchy s'appliquent admirablement.

La fonction gamma et les fonctions immédiatement associées donnent, comme toujours, un curieux chapitre, après lequel on passe à des polynômes de Bernoulli et d'Euler d'ordre supérieur, qui permettent notamment d'exprimer les différences et les valeurs moyennes d'une fonction par des séries d'aspect taylorien. Les formules sommatoires de Boole et d'Euler sont généralisables d'une manière analogue.

Les opérateurs  $\Delta$  et  $\nabla$  sont susceptibles d'être introduits sous des signes sommatoires spéciaux, d'où des transformations qui rappellent celles des équations intégrales ; ils engendrent de même une sommation partielle analogue à l'intégration par parties.

L'interpolation apparaît avec les séries de Stirling, de Gauss et Bessel, de Newton et il s'y adjoint naturellement la différentiation et l'intégration *numériques*, c'est-à-dire à effectuer quand on ne connaît que des valeurs isolées de la fonction. Les séries de « facultés » sont, très en gros, des séries à termes analogues à la fonction gamma ; des classes étendues de fonctions admettent un tel mode de représentation.

Nous voici maintenant aux généralités sur les équations aux différences, linéaires et homogènes. La scission entre ces équations et les équations différentielles a son origine en le lemme déjà indiqué : impossibilité, pour la fonction gamma, de satisfaire à une équation différentielle algébrique (Hölder). Mais cette scission n'empêche pas un déroulement analogue des deux théories : équations adjointes, multiplicateurs, cas des coefficients constants, etc. Dans le cas des coefficients rationnels, les théories de Fuchs apparaissent encore. Une théorie spéciale devient possible pour des coefficients développables en séries de facultés.

Une unique équation à  $n$  différences peut être remplacée par  $n$  équations à une seule (Birkhoff). Les équations à second membre relèvent de méthodes dont la première est celle de Lagrange. Il y a aussi des liens avec les équations différentielles d'ordre infini (Hilb).

Les tableaux de différences conduisent à des tableaux de fractions continues livrant notamment la formule d'interpolation de Thiele ; ce sont là de nouveaux instruments dont peuvent profiter à la fois les équations différentielles et les équations aux différences.

Une bibliographie de 67 pages termine le volume. La figure 41, pour nettement distinguer divers chemins d'intégration, a été tirée en trois couleurs. Merveilles d'impression engendrées par une merveille mathématique.

A. BUHL (Toulouse).

Th. DE DONDER. — **Théorie mathématique de l'électricité.** Première partie: *Introduction aux équations de Maxwell*, rédigée par C. Van LERBERGHE. — Un volume in-4° de 200 pages et 82 figures. Prix : 45 fr. ; Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1925.

Ce bel ouvrage, présenté comme une Introduction aux équations de Maxwell, est à coup sûr, de ceux dont l'étude conduit, par la voie physique et tangible, aux plus récentes théories de la Physique mathématique moderne. Il y avait beaucoup dans l'œuvre de Maxwell ; c'était un *électromagnétisme* renouvelé, à conséquences *électrooptiques* que Hertz ne devait confirmer qu'un quart de siècle plus tard.

Il y avait aussi, ce qui ne fût aperçu que beaucoup plus tard encore, des possibilités de compléments *électrogravifiques*. N'anticipons pas sur cette immense synthèse ; il ne s'agit ici que de la partie électromagnétique allant jusqu'au seuil de l'électrooptique, mais chacun sait que M. De Donder est également l'auteur d'une *Gravifique einsteinienne* et la comparaison fournit l'occasion de remarquer, une fois de plus, que les considérations quadridimensionnelles et non euclidiennes de la Gravifique n'interdisent nullement l'usage de l'espace et du temps ordinaires. Cet espace et ce temps semblent constituer des cadres élémentaires et rigides dont tous les phénomènes ne s'accommodent pas avec une égale facilité ; nous commençons ici par ceux qui s'en accommodent aisément et la meilleure manière de parvenir aux autres est, sans doute, de bien étudier les premiers.

L'enchaînement logique de l'œuvre paraît de toute première qualité et l'esprit synthétique se trouve bien suffisamment satisfait rien que par les nombreux parallélismes qu'offrent les phénomènes électriques et les phénomènes magnétiques.

Mais venons à une analyse détaillée pour laquelle nous respecterons la division en trois Livres adoptée par l'auteur.

**Livre I : Le champ électrostatique.** — L'étude d'un tel champ commence par des généralités qui sont les mêmes que celles relatives à l'attraction newtonienne ; c'est aussi l'occasion de faire connaissance avec les éléments du Calcul vectoriel. Au potentiel et à la force électrique qui en dérive s'associe immédiatement la force électromotrice qui, elle, est relative à une ligne du champ. Le flux de force à travers une surface (théorème de Gauss) se présente très élégamment avec la notion géométrique d'angle solide. Après la loi de Coulomb se manifestent les premières équations de dimensions, puis la conservation de l'énergie électrostatique ainsi que l'égalité de l'action et de la réaction.

En principe, tout ceci doit pouvoir s'étendre au cas où la répartition électrique devient continue, soit en volume, soit en surface. Mais les choses ne vont pas sans minuties de continuité qui se traduisent par des différences essentielles suivant la position des éléments potentiés par rapport aux ensembles potentialants. Le type de tels résultats est le fameux théorème de