

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 25 (1926)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Kapitel: Sur les bitangentes d'une quartique.
Autor: Wolff, J.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 28.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

Sur les bitangentes d'une quartique.

A propos des articles de MM. WINANTS et DELENS.

Dans son article *Fonctions elliptiques et quartiques binodales* de *l'Ens. Math.* (tome XXIII, 3, 4, p. 148-163) M. WINANTS a rencontré une difficulté d'élimination en cherchant les bitangentes de la quartique $x = p'u$, $y = p''u$. M. DELENS a donné la solution de cette difficulté dans le tome XXIII, 5, 6, p. 327-328 de *l'Ens. Math.* Je veux montrer comment on peut trouver les bitangentes, sans cette difficulté.

Hors de la droite à l'infini les bitangentes joignent des paires de points donnés par les affixes u , v , où $u + v \equiv 0$, ou $\frac{\omega}{2}$ ou $\frac{\omega'}{2}$ ou $\frac{\omega''}{2}$, ω et ω' étant les périodes et $\omega'' = \omega + \omega'$. Si $Ax + By + C = 0$ est une bitangente, la fonction

$$Ap'u + Bp''u + C = Ap'u + B\left(6p^2u - \frac{1}{2}g_2\right) + C$$

possède deux paires de zéros doubles. Donc, pour $u + v \equiv 0$, on a les conditions nécessaires et suffisantes $u \not\equiv v$ et

$$\begin{aligned} Ap'u + B\left(6p^2u - \frac{1}{2}g_2\right) + C &= 0, \\ -Ap'u + B\left(6p^2u - \frac{1}{2}g_2\right) + C &= 0, \\ Ap''u + 12Bp'up'u &= 0. \end{aligned}$$

Seule solution : $pu = 0$, et nous trouvons une bitangente joignant les deux points où $pu = 0$.

Pour $u + v \equiv \frac{\omega}{2}$, on a les conditions nécessaires et suffisantes $u \not\equiv v$ et

$$\begin{aligned} Ap'u + B\left\{6p^2u - \frac{1}{2}g_2\right\} + C &= 0, \\ Ap'\left(\frac{\omega}{2} - u\right) + B\left\{6p^2\left(\frac{\omega}{2} - u\right) - \frac{1}{2}g_2\right\} + C &= 0, \\ Ap''u + 12Bp'up'u &= 0, \end{aligned}$$

donc

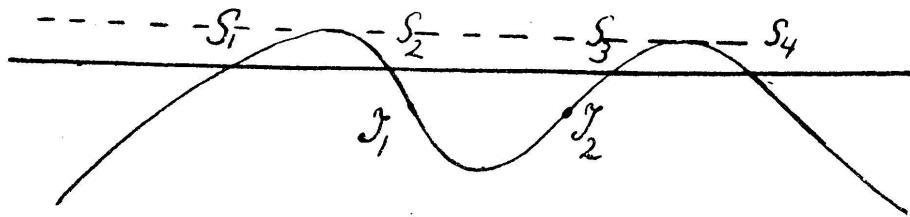
$$\psi(u) = 2p^u p' u \left\{ p' u - p \left(\frac{\omega}{2} - u \right) \right\} - p'' u \left\{ p^2 u - p^2 \left(\frac{\omega}{2} - u \right) \right\} = 0 ;$$

$\psi(u)$ a le point $u = 0$ pour pôle d'ordre 8, le point $u = \frac{\omega}{2}$ pour pôle d'ordre 4, donc $\psi(u)$ a 12 zéros. Les zéros $\frac{\omega}{4}, \frac{\omega}{4} + \frac{\omega}{2}, \frac{\omega}{4} + \frac{\omega'}{2}, \frac{\omega}{4} + \frac{\omega''}{2}$ sont doubles et satisfont à $u \equiv \frac{\omega}{2} - u$. Restent 4 zéros, et nous trouvons *deux bitangentes* joignant les deux paires de points correspondants. D'une manière analogue pour $u + \nu \equiv \frac{\omega'}{2}$ ou $\frac{\omega''}{2}$, donc hors de la droite à l'infini la courbe a 7 bitangentes.

Que la droite à l'infini, qui coupe la courbe en 4 points coïncidant avec le point à l'infini de $x = 0$ doive compter pour une seule bitangente, devient clair si nous cherchons les points d'inflexion. Hors du point à l'infini ces points correspondent aux solutions de

$$p^{II} u + p^{IV} u - (p^{III} u)^2 = 0 ,$$

donc il y en a 10. Par suite le point à l'infini compte pour 2 points d'inflexion dans le sens de Plücker. La figure ci-dessous peut illustrer un peu la chose.



Si les points S_i se réunissent, les deux points d'inflexion se réunissent dans le même point.

J. WOLFF (Utrecht).

Trajectoires orthogonales et ombilics.

Je voudrais, sans toucher au fond même du problème, ajouter quelques remarques aux intéressantes considérations présentées par M. Marcel WINANTS dans un récent article (Combien passe-t-il de lignes de courbure par un ombilic ? *L'Enseignement mathématique*, 24^{me} année, p. 239, 1925).

I. Les différentes configurations de trajectoires orthogonales indiquées au premier paragraphe de cet article appartiennent à une