

Zeitschrift:	L'Enseignement Mathématique
Herausgeber:	Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band:	25 (1926)
Heft:	1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE
 Artikel:	 SUR LES HAUTEURS D'UN TRIANGLE
Autor:	Streit, Dr Phil. A.
Kapitel:	1. — Rectangle construit sur deux hauteurs d'un triangle quelconque.
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-20669

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 16.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

SUR LES HAUTEURS D'UN TRIANGLE

PAR

A. STREIT, Dr Phil. (Berne).

INTRODUCTION.

Nous désignerons par a' , a'' , b' , b'' , c' , c'' les segments déterminés par les hauteurs d'un triangle sur les côtés respectifs a , b , c .

Nous démontrerons d'abord un théorème relatif au rectangle construit sur deux hauteurs, d'où nous déduirons un autre théorème concernant le carré construit sur une hauteur. En utilisant celui-ci, nous obtiendrons une propriété relative à la somme des carrés construits sur trois segments non consécutifs et une relation se rapportant au carré construit sur un côté. En appliquant cette relation, nous aboutirons à diverses propriétés relatives aux hauteurs et à la somme des carrés construits sur les trois côtés. Enfin, nous établirons des formules nouvelles pour la somme et le produit des trois hauteurs.

1. — Rectangle construit sur deux hauteurs d'un triangle quelconque.

De la relation entre les angles α , β , γ d'un triangle (fig. 1)

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ,$$

on tire

$$\alpha + \beta = 180^\circ - \gamma,$$

$$\cos(\alpha + \beta) = -\cos\gamma = -\frac{a''}{b} = -\frac{a - a'}{b} = \frac{a'}{b} - \frac{a}{b}.$$

Mais

$$\frac{a'}{b} = \frac{a'}{c} \cdot \frac{c}{b} = \frac{a'}{c} \cdot \frac{c' + c''}{b} = \frac{a'}{c} \cdot \frac{c'}{b} + \frac{a' c''}{bc} .$$

En remplaçant on a

$$\cos(\alpha + \beta) = \frac{a'}{c} \cdot \frac{c'}{b} - \left[\frac{a}{b} - \frac{a' c''}{bc} \right] ,$$

ou

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \left[\frac{a}{b} - \frac{a' c''}{bc} \right] .$$

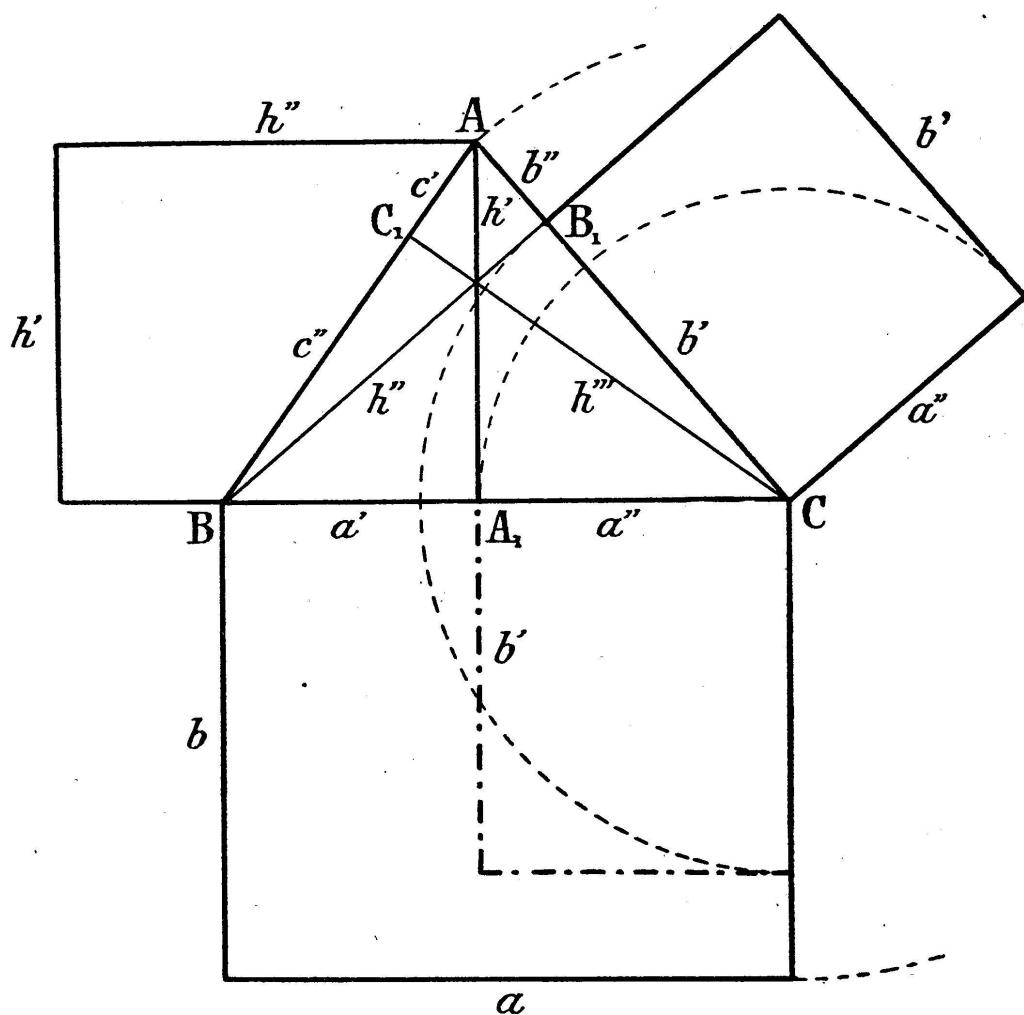


Fig. 1.

Or

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta .$$

Par suite

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{a}{b} - \frac{a' c''}{bc} .$$

Mais

$$\sin \alpha = \frac{h'''}{b} ; \quad \sin \beta = \frac{h'}{c} ,$$

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{h''' \cdot h'}{bc} .$$

On a donc

$$\frac{h'''h'}{bc} = \frac{a}{b} - \frac{a''c''}{bc}.$$

$$h'''h' = ca - c''a'.$$

Par permutation circulaire on a

$$\left\{ \begin{array}{l} h'h'' = ab - a''b' , \\ h''h''' = bc - b''c' , \\ h'''h' = ca - c''a' , \end{array} \right. \quad (1)$$

c'est-à-dire

THÉORÈME I. — *Le rectangle construit sur deux hauteurs d'un triangle quelconque est égal au rectangle construit sur les deux côtés correspondants, diminué du rectangle construit sur les projections de ces côtés l'un sur l'autre.*

Remarque. — Ce théorème est valable quels que soient les angles du triangle.

2. — Carré construit sur une hauteur d'un triangle.

PREMIER CAS. — *Triangle ACUTANGLE* (fig. 2).

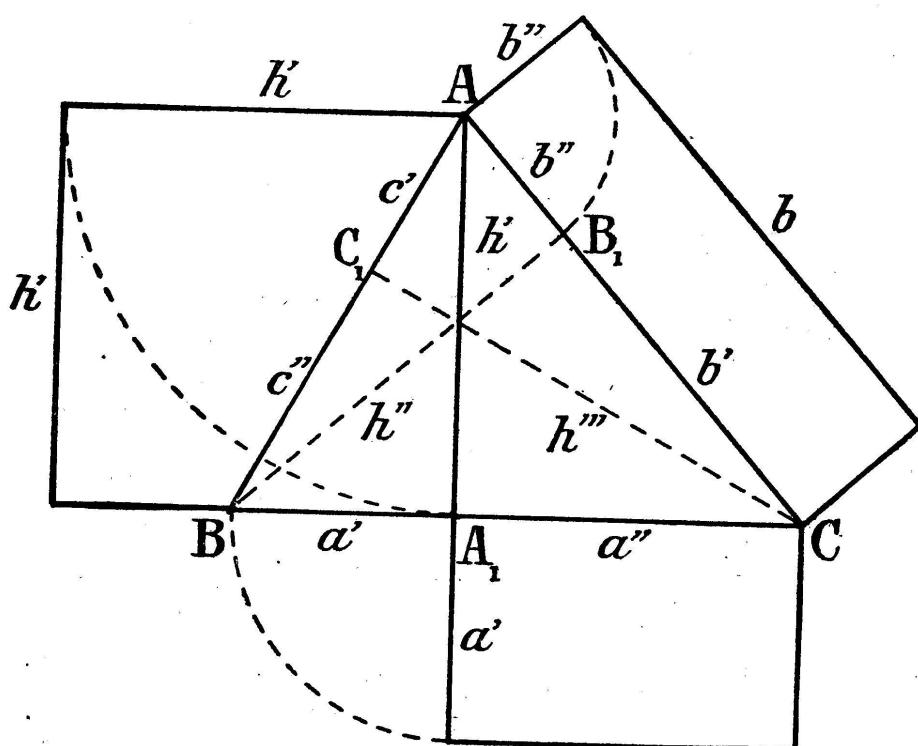


Fig. 2.

Soit ABC un triangle acutangle. D'après la première des formules du groupe (1), nous avons

$$h'h'' = ab - a''b'.$$