$a_i\, b^i$ à sommer en i et certaines expressions *diagonales* rappellent certains termes *contractés*. La *composition* (continue), analogue à la *sommation* (discontinue), est associative, distributive mais non forcément commutative, ce qui rappelle encore la dérivation tensorielle. Sans doute, dans les deux théories, ces harmonies proviennent très directement des déterminants initialement invoqués. Mais l'exposition de MM. Volterra et Pérès ne tarde pas à prendre un caractère hautement original et à révéler des voies où se résolvent avec une facilité et une élégance inattendues des classes étendues d'équations intégrales et intégro-différentielles. Il y a une *algèbre* de composition en laquelle les lettres surmontées d'astérisques obéissent, sous des conditions très larges, à des règles analogues à celles de l'algèbre ordinaire. Il y a une *analyse* de composition avec des séries à aspect exponentiel (analogues à celles qui donnent les transformations finies d'un groupe défini par ses transformations infinitésimales, d'où l'allusion faite plus haut à la théorie de Lie), séries susceptibles d'un mode d'inversion qui conduit aux *logarithmes* de composition.

Le caractère non obligatoirement commutatif de la composition conduit à rechercher les fonctions permutables à une fonction donnée. La question dépend d'une équation intégro-différentielle susceptible d'une résolution complète plus délicate par les questions d'analyticité qu'elle soulève que par son apparence formelle.

Quant aux transformations qui conservent la composition, elles s'exposent à l'aide d'un symbolisme algébrique admirablement simple. D'ailleurs, le symbolisme, qui nous donne des puissances de composition d'abord entières, conduit aussi aisément aux puissances fractionnaires puis aux puissances négatives, d'où des fractions de composition présentant de curieuses ressemblances avec les fractions arithmétiques. M. Whittaker a donné récemment les solutions d'équations intégrales à limites variables mais le plus remarquable est qu'au point de vue ici étudié ces solutions prennent figure de simples identités algébriques, l'algèbre en question étant, bien entendu, l'algèbre de composition.

Deux chapitres sont consacrés aux logarithmes de composition nés comme on l'a vu plus haut. Et voici, enfin, dans toute sa généralité, l'analyse de composition; elle procède de séries symboliques écrites à l'image des séries de Taylor, de Laurent, des séries à exposants fractionnaires de la théorie des fractions algébriques.

Une application intéressante des séries de composition consiste à y retrouver les fonctions sommatrices introduites par M. E. Borel dans ses théories de prolongement analytique.

En résumé, symbolisme puissant, curieux, utile au même titre que la théorie des équations intégrales, bien digne de la renommée de M. Volterra et complété, en de nombreux points de grande importance, par le jeune et ingénieux talent de M. Joseph Pérès. A. BUHL (Toulouse).

E. BOREL. — **Principes d'Algèbre et d'Analyse** (Bibliothèque d'Education scientifique publiée sous la direction de M. Emile Borel). — 1 vol. in-8° carré de VIII–312 pages; 7 fr. 50; Albin Michel, Paris, 1924.

Voici un nouveau volume commençant une nouvelle collection. Celle-ci s'adresse à tous ceux que la Science intéresse sous ses formes les plus accessibles et non sous telle ou telle forme pédagogique correspondant à un programme plus ou moins universitaire. M. Borel ne nous en voudra certainement pas si nous disons que ceci nous rappelle la mémoire de Charles Laisant, fondateur de cette Revue, lequel fit publier jadis des *Initiations* et publia lui-même une *Initiation mathématique* qui portait en sous-titre: Ouvrage étranger à tout programme. Seulement, Laisant s'adressait surtout à des enfants ou, tout au moins, à de jeunes lecteurs. M. Borel s'adresse à tous. Je goûte beaucoup son initiation algébrique: point de lourdeurs abstraites sur les premiers calculs littéraux; les lettres sont des mètres de drap ou des francs. Et quel monde il ouvre au néophyte en faisant remarquer que $4x = 4a$ entraîne $x = a$ mais qu'il n'en est pas forcément de même pour

$$x^2 - 5x + 6 = a^2 - 5a + 6 .$$

L'algèbre du premier degré a toujours la symétrie des formules de Cramer bien qu'il ne soit fait explicitement usage de déterminants que dans une note placée à la fin du livre.

Les mots *borne* et *borné* sont d'une commodité sans égale pour étudier les variations les plus élémentaires.

La dérivation et l'intégration procèdent d'une première étude empirique des courbes. Le logarithme hyperbolique est naturellement défini sur l'hyperbole équilatère et, pour définir l'exponentielle, on remarque que $y = e^x$ n'est qu'une manière différente et équivalente d'écrire $x = \log y$. Viennent ensuite les équations différentielles linéaires qui, dans le cas des coefficients constants, s'intègrent par l'exponentielle ou par les fonctions circulaires qui s'en trouvent ainsi rapprochées sans considération d'imaginaires.

Dans les équations aux dérivées partielles, voici des transformations *covariantes* ou *contrevariantes*. Ce n'est pas du calcul tensoriel; c'est de la très simple et très naturelle symétrie analytique. Le point de vue physique apparaît avec des considérations de continuité et avec les cordes vibrantes. Le volume se termine avec des aperçus sur les équations aux différentielles totales, la formule de Green-Riemann, les intégrales curvilignes. Beaucoup d'ingéniosité dans la discussion des chemins d'intégration, contours deformables et élastiques, lacets, etc.

Et pour finir, dans la note relative aux déterminants, un soupçon de calcul tensoriel! Cette fois, c'est bien ce calcul lui-même, réduit à très peu de chose avec la résolution des systèmes linéaires, mais ce peu de chose est naturellement à sa place parce qu'il n'y a encore là qu'une idée extrêmement simple qu'on ne peut plus hésiter à rapprocher des principes.

Les choses dites compliquées ou élevées ont la vie brève quand elles ne reposent pas sur quelque base intuitive; cette base n'est pas toujours vue par le créateur même, mais c'est généralement à un savant qu'il appartient de l'assigner. C'est pourquoi les ouvrages élémentaires prennent un puissant intérêt quand ils proviennent, comme celui-ci, d'un esprit aussi averti que celui de M. Emile Borel. A. Buhl (Toulouse).

E.-A. Fouët. — **Leçons de Géométrie élémentaire.** — Un vol. in-8° de xvi–350 pages et 383 figures; Prix: 15 fr. Vuibert, Paris, 1924.

C'est un ouvrage étonnamment original que M. Edouard Fouet vient d'écrire. La géométrie élémentaire y est présentée avec un continuel souci