

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 24 (1924-1925)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Kapitel: Sur le théorème de Kariya.
Autor: Deaux, Roland

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 03.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Le premier membre de la formule (F) contient donc toutes les puissances d'exposants entiers non négatifs de la variable q . Il en est alors de même du second membre. Nous en concluons le théorème suivant: *N'importe quel entier peut s'obtenir par l'addition d'un carré, et de trois triangulaires dont deux sont égaux.* Exemples:

$$\begin{aligned} 16 &= 16 + 0 + 0 + 0 = 9 + 1 + 3 + 3 = 4 + 10 + 1 + 1 = 4 + 6 + 3 + 3 \\ &= 4 + 0 + 6 + 6 = 1 + 15 + 0 + 0 = 1 + 3 + 6 + 6 = 0 + 10 + 3 + 3; \\ 18 &= 16 + 0 + 1 + 1 = 9 + 3 + 3 + 3 = 4 + 15 + 1 + 1 = 0 + 6 + 6 + 6. \end{aligned}$$

Marcel WINANTS (Liège).

Sur le théorème de Kariya.

A propos d'un article de M. H. LEBESGUE.

1. M. H. LEBESGUE généralise, dans les numéros 5-6 de l'*Enseignement mathématique* (tome XXIII, p. 292), le théorème de KARIYA. Il l'énonce: *si S et s sont pôle et polaire par rapport à la conique Σ par rapport à laquelle deux triangles homologiques T et t sont polaires réciproques, le couple (S, s) définit des homologies qui transforment t (ou T) en triangles homologiques avec T (ou t).*

Sous cette forme le théorème est rattaché à une grande théorie: celle des pôles et polaires dans les coniques. La démonstration qu'en donne M. LEBESGUE (p. 296) peut être présentée simplement sur une conique générale. Celle que nous donnons ci-dessous nous a été enseignée par notre éminent maître, M. Cl. SERVAIS, professeur à l'Université de Gand; non pas pour justifier le théorème de Kariya mais pour établir l'existence et les propriétés des coniques conjuguées. Nous prouvons ainsi que le théorème de M. Lebesgue est un corollaire de la théorie des coniques conjuguées, étudiée par PONCELET dans le cas de l'homologie harmonique.

2. *Théorème classique.* — Deux triangles ABC, $A_1B_1C_1$ tels que les sommets A, B, C de l'un sont les pôles des côtés B_1C_1 , C_1A_1 , A_1B_1 de l'autre par rapport à une conique réelle ou idéale Σ sont dits réciproques par rapport à Σ ; ils sont homologiques. Les couples B, C et B_1 , C_1 peuvent être imaginaires conjugués.

En effet, soient B' , C' , D , E les points d'intersection de BC avec A_1C_1 , A_1B_1 , A_1A , B_1C_1 et F le point (AA_1 — B_1C_1). Puisque un faisceau de droites est projectif à la ponctuelle des pôles de ces droites, on a successivement

$$A_1(BCDE) \wedge (B'C'ED) \wedge A_1(B'C'ED) \wedge (C_1B_1EF).$$

Donc

$$(BCDE) \wedge (B_1C_1FE)$$

et les droites BB_1 , CC_1 , AA_1 sont concourantes.

3. — *Coniques conjuguées.* — *Un point réel S et sa polaire s dans un système polaire plan Σ étant pris pour centre et pour axe d'une homologie dont le coefficient λ est donné, à tout point réel ou imaginaire M du plan correspond un point M_1 du même plan. Si m est la polaire du point M dans le système polaire Σ , le point M_1 et la droite m sont pôle et polaire dans un nouveau système polaire Σ' .*

En effet 1^o les points M et M_1 étant correspondants dans deux figures homologiques et d'autre part le point M et la droite m étant correspondants dans deux systèmes plans réciproques, on en conclut que les systèmes plans (M_1) et (m) décrits par les éléments M_1 et m sont réciproques.

2^o Si STU est un triangle autopolaire de Σ , les points S, T, U , qui correspondent à eux-mêmes dans l'homologie (S, s) ont donc pour homologues dans les systèmes réciproques superposés (M_1) et (m) les côtés opposés TU, US, ST du triangle STU . Par suite les systèmes (M_1) et (m) sont involutifs et les éléments M_1 et m sont pôle et polaire dans un nouveau système polaire Σ' .

Les coniques directrices (Σ) et (Σ') , réelles ou idéales, des systèmes polaires Σ et Σ' sont dites conjuguées relativement au pôle S et à la polaire s . Le couple de points TU conjugués dans Σ sont aussi conjugués dans Σ' . Ce couple étant arbitraire sur s , les systèmes polaires Σ et Σ' ont une involution de points conjugués, commune sur s . Comme s a d'ailleurs même pôle S dans les deux systèmes, deux coniques conjuguées ont un double contact.

4. *Théorème de M. Lebesgue.* — Si $T \equiv ABC$ et $t \equiv abc$ sont deux triangles homologiques, ils définissent un système polaire Σ dans lequel T et t sont réciproques. Si S et s sont pôle et polaire dans Σ , une homologie quelconque de centre S et d'axe s transforme T en un triangle T_1 qui est (n° 3) réciproque de t dans un système polaire Σ' et par suite (n° 2) homologique avec t .

On peut ajouter que toutes les coniques (Σ') ont, avec (Σ) , un double contact réel ou idéal sur s .

Il est clair que l'on peut substituer t à T puisque ces deux triangles sont réciproques dans Σ .

Ecole des Mines de Mons, le 20 décembre 1924.

Roland DEAUX.

Transformation d'une somme de carrés en développement limité ou illimité.

Considérons n nombres rationnels, entiers ou non, positifs, $a', a'', a''', \dots, a^{(n)}$ et leur moyenne arithmétique A . En calculant les écarts par rapport à la moyenne, on obtient n nombres, les uns positifs et les autres négatifs; on démontre facilement que leur somme est nulle.