

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 24 (1924-1925)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** NOTE SUR L'AXONOMÉTRIE ORTHOGONALE  
**Autor:** Pasternak, P.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-515758>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 23.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## NOTE SUR L'AXONOMÉTRIE ORTHOGONALE

PAR

P. PASTERNAK (Zurich).

Le procédé le plus simple pour dessiner un objet en axonométrie orthogonale me paraît être le suivant:

On choisit trois nombres entiers  $a$ ,  $b$ ,  $c$  qui sont entre eux comme les rapports de réduction  $\cos \alpha$ ,  $\cos \beta$ ,  $\cos \gamma$  des trois axes X, Y, Z.

Les directions des projections  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$ ,  $\bar{z}$  des axes peuvent se construire, puisque les rapports de réduction sont déterminés par les trois équations indépendantes

$$\begin{aligned}\cos \alpha : \cos \beta : \cos \gamma &= a : b : c \\ \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma &= 2,\end{aligned}\tag{1}$$

d'où il suit

$$\cos \alpha = \frac{a}{e}, \quad \cos \beta = \frac{b}{e}, \quad \cos \gamma = \frac{c}{e}, \quad e^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}.$$

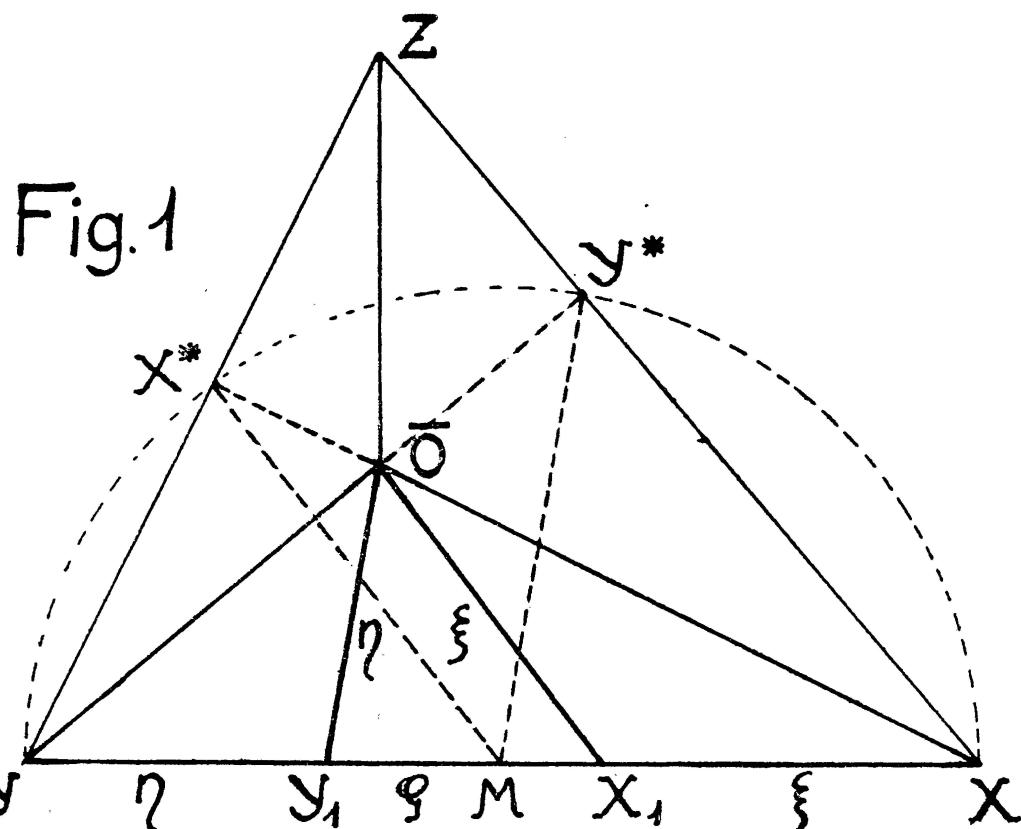
Tenant compte que le cosinus reste inférieur à l'unité, les trois nombres choisis doivent satisfaire à cette seule condition: la somme des carrés de deux d'entre eux est toujours plus grande que le carré du troisième — condition dont l'importance se manifeste dans la construction bien connue<sup>1</sup> des projections des axes en partant d'un triangle dont les côtés sont proportionnels aux  $a^2$ ,  $b^2$ ,  $c^2$  et reproduite dans la figure 2.

D'après les ouvrages consultés<sup>1</sup>, il semble que la démonstration

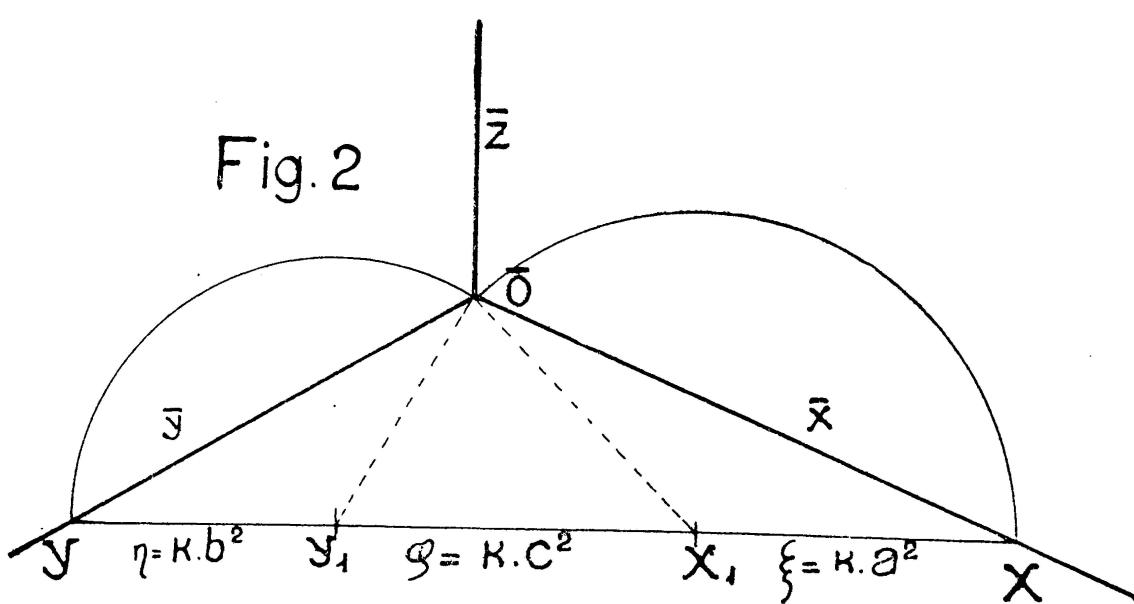
<sup>1</sup> Voir p. ex. M. GROSSMANN, *Darstellende Geometrie II*, Zweite Auflage, Teubner, Berlin, 1921, p. 21 et L. KOLLROS, *Géométrie descriptive*, Orell Fussli, Zurich, 1918, p. 31.

presque immédiate que je vais donner de la construction ci-dessous ait échappé jusqu'ici aux géomètres.

La figure 1 représente les projections orthogonales  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$ ,  $\bar{z}$  des axes trirectangulaires  $x$ ,  $y$ ,  $z$  situés dans l'espace. Comme



on le sait, ils sont les hauteurs du triangle (aigu) axonométrique  $XYZ$ , c'est-à-dire du triangle déterminé par les traces des trois axes sur le plan de dessin.



Dans les plans projetants des axes  $x$  et  $y$  se trouvent les triangles rectangles  $OXX^*$  et  $OYY^*$  qui contiennent aux sommets  $X$  et  $Y$  les angles de pente  $\alpha$  et  $\beta$ .

*Lemme.* — Si dans un triangle rectangle on abaisse une perpendiculaire du sommet de l'angle droit sur l'hypoténuse, le rapport d'un segment d'hypoténuse à la longueur de l'hypoténuse est égal au carré du cosinus de l'angle adjacent au segment.

Pour la démonstration, on n'a qu'à exprimer, par exemple dans le triangle  $OXX^*$ , deux fois  $\cos \alpha$ .

$$\cos \alpha = \frac{\bar{O}X}{OX}, \quad \cos \alpha = \frac{OX}{XX^*}.$$

Le produit nous donne le théorème énoncé.

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos^2 \alpha = \frac{\bar{O}X}{XX^*} \quad \text{et pareillement,} \\ \text{pour l'axe des } y \quad \cos^2 \beta = \frac{\bar{O}Y}{YY^*}. \end{array} \right. \quad (2)$$

En joignant le centre  $M$  de la trace  $XY = 2s$  aux points  $X^*$  et  $Y^*$ , on reconnaît que

$$MX^* = MY^* = s,$$

les triangles  $XX^*Y$  et  $YY^*X$  étant rectangles. Par  $\bar{O}$  nous menons à  $MX^*$  et  $MY^*$  les parallèles  $\xi = \bar{O}X_1$ ,  $\eta = \bar{O}Y_1$ .

En tenant compte de (2) et de la relation fondamentale de l'axonométrie orthogonale (1) on obtient les rapports:

$$\cos^2 \alpha = \frac{\xi}{s}, \quad \cos^2 \beta = \frac{\eta}{s}, \quad \cos^2 \gamma = 2 - \frac{\xi}{s} - \frac{\eta}{s} = \frac{\varphi}{s}. \quad (3)$$

Les côtés  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\varphi$  du triangle  $\bar{O}X_1Y_1$  satisfont donc à la condition

$$\xi : \eta : \varphi = \cos^2 \alpha : \cos^2 \beta : \cos^2 \gamma = a^2 : b^2 : c^2. \quad (4)$$

Si enfin on remarque que dans la figure 1 on a

$$YY_1 = \eta, \quad XX_1 = \xi, \quad (5)$$

on peut exprimer sur le triangle axonométrique  $XYZ$  le théorème suivant:

*Si l'on divise un côté du triangle axonométrique en trois segments qui soient entre eux comme les carrés des rapports de réduction des axes consécutifs, les distances du point  $\bar{O}$  aux points de division seront égales aux segments adjacents et latéraux de la trace.*

Cette propriété du triangle axonométrique détermine inversément les projections des axes, dès que  $a$ ,  $b$ ,  $c$  sont donnés.

Sur une droite horizontale on reporte les longueurs  $YY_1 = kb^2$ ,  $Y_1X_1 = k \cdot c^2$ ,  $X_1X = ka^2$ ,  $k$  pris comme facteur de proportion. Puis on décrit avec  $Y_1$  comme centre et  $Y_1Y$  comme rayon, de même avec  $X_1$  comme centre et  $X_1X$  comme rayon deux cercles qui se coupent en  $\bar{O}$ .

La verticale passant par  $\bar{O}$  est l'axe des  $z$ ,  $\bar{O}X$  et  $\bar{O}Y$  sont les axes des  $x$  et  $y$  cherchés.

Ayant trouvé les axes en projection orthogonale on peut dessiner une vue axonométrique d'un objet en se passant des vrais rapports de réduction et en choisissant comme unités des coordonnées sur les axes projetés les longueurs

$$\rho a, \quad \rho b, \quad \rho c,$$

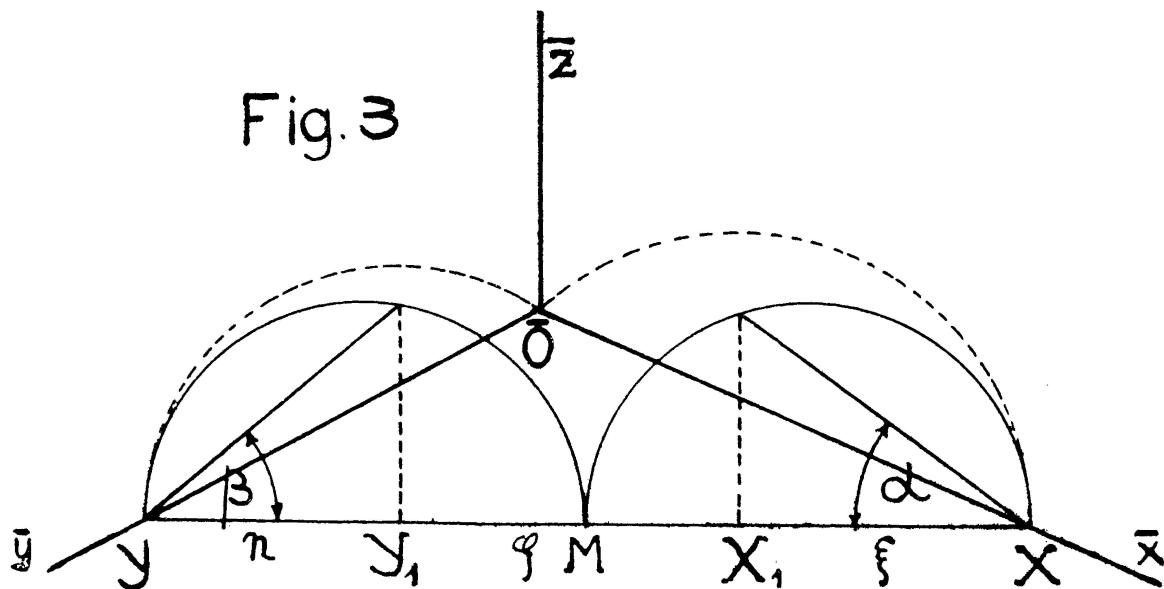
$\rho$  étant un facteur quelconque de proportion.

La figure 3 montre la construction des axes pour le cas où *deux des trois angles de pente* sont donnés, par exemple  $\alpha$  et  $\beta$ .

On dessine sur la même base avec un diamètre quelconque.

$$s = YM = MX$$

Fig. 3



deux demi-cercles adjacents et on les coupe avec les côtés des angles  $\beta$  et  $\alpha$  portés sur la base en Y et X. En projetant les points d'intersection sur la base, on a de nouveau, d'après le lemme

$$\cos^2 \beta = \frac{YY_1}{s}, \quad \cos^2 \alpha = \frac{X_1 X}{s}, \quad \cos^2 \gamma = \frac{X_1 Y_1}{s},$$

donc, dès ce moment, la même construction que dans la fig. 2. On reconnaît par la fig. 3 que  $\alpha$  et  $\beta$  doivent satisfaire à la condition  $\alpha + \beta < 90^\circ$ .

A l'aide de la construction de la fig. 3 on peut trouver, aisément, dans un système d'axes donnés, *les plans formant des angles demandés avec deux des axes*: on n'a qu'à construire, avec les deux angles donnés, par exemple  $\alpha$  et  $\beta$ , un triangle axonométrique auxiliaire, qui nous livre, par deux rabattements les vraies grandeurs des segments d'axes. En les reportant dans le système d'axes donné on trouve les huit plans cherchés.

*Ecole polytechnique fédérale, novembre 1924.*

## LE CONGRÈS INTERNATIONAL DE MATHÉMATIQUES DE TORONTO

PAR

H. FEHR (Genève).

Le Congrès international de mathématiques qui vient d'avoir lieu à Toronto, du lundi 11 au samedi 16 août 1924, sous les auspices de l'Université de Toronto et de l'Institut Royal Canadien, a réuni plus de quatre cents mathématiciens. Grâce au généreux appui du Comité canadien, un grand nombre de sociétés savantes et de hautes Ecoles ont pu se faire représenter au Congrès. Dans leur voyage à travers les Etats-Unis et le Canada leurs délégués ont trouvé partout l'accueil le plus chaleureux.

Dans la *séance solennelle d'ouverture*, Monsieur le Ministre BELAND souhaita la bienvenue aux congressistes, en s'exprimant successivement, avec une égale perfection, en anglais et en français; puis vinrent les discours de Sir Robert FALCONER, président de l'Université