

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 24 (1924-1925)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: TROUVER UNE COURBE DONT LA COURBURE ET LA TORSION RELATIVES A CHAQUE POINT AIENT UN RAPPORT CONSTANT
Autor: Niewenglowski, B.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-515764>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 24.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Cette équation peut être obtenue directement. En effet, de l'équation donnée:

$$V_{\alpha\rho\beta} = \gamma,$$

on tire

$$S_{\alpha} V_{\alpha\rho\beta} = S_{\alpha}\gamma,$$

ou

$$S_{\alpha}(\alpha\rho\beta - S_{\alpha\rho\beta}) = S_{\alpha}\gamma$$

$\alpha S_{\alpha\rho\beta}$ étant un vecteur, on a simplement

$$\alpha^2 S_{\rho\beta} = S_{\alpha}\gamma,$$

ou

$$\alpha S_{\rho\beta} = \alpha^{-1} S_{\alpha}\gamma,$$

de même

$$\beta S_{\rho\alpha} = \beta^{-1} S_{\beta}\gamma,$$

ce qui donne

$$\gamma = V_{\alpha\rho\beta} = \alpha^{-1} S_{\alpha}\gamma + \beta^{-1} S_{\beta}\gamma - \rho S_{\alpha\beta}$$

et l'on retrouve bien l'équation obtenue en appliquant la formule d'Hamilton.

**TROUVER UNE COURBE DONT LA COURBURE
ET LA TORSION RELATIVES A CHAQUE POINT
AIENT UN RAPPORT CONSTANT**

PAR

B. NIEWENGLOWSKI (Paris).

Soit $\rho = f(s)$ l'équation de la courbe cherchée, s désignant l'arc. Nous représenterons la courbure et la torsion en un point M par les lettres c et c_1 . On trouve aisément

$$S_{\rho'\rho''} = 0, \quad T_{\rho'} = 1, \quad T_{\rho''} = c,$$

et

$$\rho'\rho'' = c\alpha, \tag{1}$$

α désignant un vecteur-unité perpendiculaire au plan osculateur en M. On a donc :

$$\alpha = \frac{\rho' \rho''}{c} = \frac{\rho' \rho''}{T \rho''} ,$$

d'où

$$\frac{d\alpha}{ds} = \frac{d}{ds} \left(\frac{\rho' \rho''}{T \rho''} \right) . \tag{2}$$

Mais en remarquant que $\frac{d\alpha}{ds}$ est parallèle à ρ'' on a :

$$\frac{d\alpha}{ds} = c_1 \frac{\rho''}{T \rho''} = nc \frac{\rho''}{T \rho''} = n \rho'' , \tag{3}$$

et en intégrant

$$\frac{\rho' \rho''}{T \rho''} = n \rho' + a , \tag{4}$$

n désignant le rapport $\frac{c_1}{c}$ et a un vecteur invariable. Nous posons $a = \lambda h$, λ désignant un vecteur unité constant.

Dans (4) le tenseur du premier membre est égal à 1; donc

$$(n \rho' + a)^2 = -1 ,$$

Ce qui donne

$$2nhS\lambda\rho' = n^2 + h^2 - 1 .$$

Il en résulte que $S\lambda\rho'$ est constant; ce qui exprime que la tangente à la courbe cherchée en un point quelconque M, fait un angle constant avec une droite de direction invariable. La courbe est donc une hélice tracée sur un cylindre quelconque.

Remarque. — Les relations d'où nous sommes partis peuvent s'établir très facilement par la géométrie analytique.

RÉCIPROQUEMENT. — *Dans toute hélice le rapport n est constant.*

Prenons l'arc des z parallèle aux génératrices du cylindre qui porte l'hélice et supposons l'origine de l'arc s dans le plan xoy , les exas étant, bien entendu, supposés rectangulaires. L'équation de l'hélice peut s'écrire :

$$\rho = ix + jy + kls ,$$

x et y étant des fonctions de s . En prenant les dérivées par rapport à s ,

$$\rho' = ix' + jy' + kl .$$

La condition $T\rho' = 0$ donne:

$$x'^2 + y'^2 + l^2 = 1 .$$

Si l'on pose $1 - l^2 = p^2$, on pourra écrire

$$\begin{aligned} x' &= p \cos \varphi & y' &= p \sin \varphi , \\ \rho' &= ip \cos \varphi + jp \sin \varphi + kl , \\ \rho'' &= (-i \sin \varphi + j \cos \varphi) p \varphi' , \end{aligned}$$

done

$$\begin{aligned} c &= T\rho'' = p\varphi' , \\ \alpha &= \frac{\rho' \rho''}{c} = -il \cos \varphi - jl \sin \varphi + kp , \end{aligned}$$

d'où

$$\frac{d\alpha}{ds} = (i \sin \varphi - j \cos \varphi) l \varphi' . \quad (5)$$

D'ailleurs, l'équation (3) donne

$$\frac{d\alpha}{ds} = n\rho'' = n(-i \sin \varphi + j \cos \varphi) p \varphi' . \quad (6)$$

En comparant (5) et (6) on a donc $n = -\frac{l}{p}$ et par suite le rapport $\frac{c_1}{c}$ est constant. c. q. f. d.