Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 23 (1923)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Rubrik: BIBLIOGRAPHIE

Zurich, *Université.* — R. Fueter : Einf. i. d. mathem. Behandl. d. Natuiwiss. mit Uebgn.; Funktionnentheorie, Math. Seminar mit Prof. Speiser. — A. Speiser : Diff. u. Integralrechn.; höh. Geometrie, Analysis situs, Liniengeometrie. — M. Disteli : Darst. Geometrie; Zentralperspektive u. projekt. Geometrie. — Wolfer : Einl. i.d. Astronomie; Bahnbestimmungen im Sonnensystem. — Schrödinger : Analyt. Mechanik. — Amberg : Spezielle Didaktik des mathem. Unterrichts.

Zurich, *Ecole polytechnique fédérale, section normale.* — Hirsch : Höh. Mathematik, — Franel : Mathématiques supérieures. — Grossmann : Darstell. Geometrie. — Kolross : Géométrie descriptive. — Meissner : Mechanik der Kontinua. — Plancherel : Géométrie analyt.; Algèbre, 2; math. Sem. — Weyl: Vektoranalysis; Funktionentheorie; math. Sem. — Polya: Einf. in d. Analysis reeller Grössen; Zahlentheorie; mathem. Seminar. — Bæschlin : Vermessungskunde ; Bahnbestimmungen. — Amberg : Didaktik d. math. Unterrichts. — Marchand : Einf. i.d. Versicherungsmathematik.

Cours libres. — Beyel : Rechenschieber mit Uebgn., 1 ; Darst. Geometrie; Flächen 2. Grades. — Kienast : Lineare Diff. gleichgn.

BIBLIOGRAPHIE

P. Appell. — **Souvenirs d'un Alsacien** (1858-1922). — 1 vol. in-8° de 320 pages; 7 fr. 50, Payot, Paris, 1923.

Ce beau livre relève plus de l'œuvre littéraire que de l'œuvre scientifique, mais quelle précieuse littérature que l'autobiographie d'un grand savant ! Quelle belle leçon de psychologie on prend en lisant des pages émouvantes où l'homme livre son cœur en toute simplicité, alors qu'en étudiant les travaux d'un mathématicien on a parfois l'idée fort singulière, mais bien ancrée chez certains, que le génie d'abstraction des sciences exactes ne peut aller qu'avec un personnage aux allures abstraites en tous les domaines.

Les personnalités qui apparaissent ici sont celles de l'enfant qui prête naturellement des couleurs féeriques au pays natal, du fils qui compte s'honorer par le travail et répondre mieux ainsi à la chaude tendresse d'une mère, de l'opprimé qui se demande avec angoisse s'il échappera jamais à toutes les répercussions d'une inhumaine loi de conquête, du frère dont l'aîné laisse sa vie, lambeaux par lambeaux, dans une forteresse allemande, du citoyen qui a vécu toutes les terribles heures de la Grande Guerre, qui n'a jamais douté de la délivrance qu'elle promettait mais qui a dû s'incliner sur ses nombreuses misères et finalement ressentir, beaucoup plus qu'il n'était admissible, l'amertume d'une paix imparfaite n'apportant ni les garanties ni les réparations les plus légitimes et laissant, par contre, aux coupables, comme la diabolique satisfaction de pouvoir dire que leurs abominables méthodes n'étaient pas complètement vaincues.

De telles réalités ont permis la publication de grandes pages où la vérité, se suffisant à elle seule, n'a jamais eu besoin de recourir au moindre artifice romanesque.

Comme, malgré cela, on ne cessera sans doute point de se représenter M. Paul Appell sous les traits du géomètre et du professeur, il est bon d'ajouter que le livre nous fait assister aussi à la naissance des idées pour lesquelles il a toujours combattu. Il nous dépeint ses premières méfiances visant le baccalauréat et les fait dater de l'époque où simple candidat, il fut frappé du rôle joué dans l'examen par le hasard et les idées préconçues des examinateurs. Il nous introduit à l'Ecole Normale, temple où la vénération due aux maîtres n'a jamais été mise en question, où Briot, Bouquet et Darboux préparaient à l'Agrégation en paraissant en mépriser quelque peu le programme, où il osa à peine parler à Bouquet d'un travail de géométrie qui devait cependant faire une élégante Thèse de Doctorat. De tels sentiments sont parfaitement dans l'ordre et je trouve très normal de les avoir éprouvés à mon tour lorsque, jeune homme, il me fut donné d'approcher M. Appell.

D'autres pages ont trait aux amitiés avec Henri Poincaré et Emile Picard. Un autre ami à figure grandiose et plus particulièrement alsacienne, le colonel Picquart, apparaît aux heures troubles de l'affaire Dreyfus.

Mais la fin du livre est particulièrement poignante. C'est la récente guerre, la création du Secours National, le travail scientifique dont il importait de ne point montrer la cessation devant la menace de l'ennemi marchant sur la capitale, l'organisation pratique de laboratoires en vue de la défense. Les horreurs passées, un haut idéalisme survit; l'humanité, le règne du droit, la Société des Nations doivent cesser d'être d'insuffisantes formules. Et cependant, en 1923, la notion sacrée de la réparation des dommages de guerre n'apparaît pas comme moralement inéluctable à tout être humain de psychologie normale ! Ne sommes nous pas encore suffisamment loin de l'animalité ancestrale pour pouvoir connaître l'évolution féconde et paisible ? On peut en douter, à la lecture des journaux quotidiens, mais c'est justement pourquoi l'œuvre de M. Appell est belle et réconfortante puisquelle nous montre qu'un grand esprit, qui a jugé, de beaucoup plus près que d'autres, la barbarie, dans ses multiples formes, ne se refuse cependant point à croire au rôle souverain de la Justice et du Droit servis par la Science.

A. Buhl (Toulouse).

H. Beghin. — **Statique et Dynamique**. (Collection Armand Colin.) — 2 vol. in-16 de 200 pages avec figures, brochés, Fr. 5 le volume; Librairie Armand Colin, Paris.

La plupart des ouvrages de Mécanique français sont consacrés, soit à une étude théorique des principes et des équations de la Mécanique, soit à un exposé purement pratique des effets des forces.

L'ouvrage de M. Beghin a concilié les deux points de vue. Le sens du concret n'abandonne jamais l'auteur qui enveloppe de réalités les formules, et qui, inversément, dans chaque application pratique, sait discerner et faire comprendre le jeu et le rôle des lois.

C'est pourquoi ce livre, accessible à tous ceux qui ont abordé les éléments des mathématiques supérieures, rendra service aux étudiants des Facultés et des grandes Ecoles, ainsi qu'aux ingénieurs qui se sont, dès le début, orientés vers les applications.

L'ouvrage comprend les quatre parties suivantes : Géométrie et cinématique des masses. — Lois de la mécanique. — Statique des systèmes. — Dynamique des systèmes.

Un très grand nombre d'exercices, choisis avec le plus grand soin parmi les machines et les appareils usuels, permet au lecteur d'apprendre à manier lui-même les théories de la mécanique.

L. Bieberbach. — **Theorie der Differentialgleichungen,** Vorlesungen aus dem Gesamtgebiet der gewöhnlcihen und der partiellen Differentialgleichungen. (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen mit besonderer Berücksichtigung der Anwendungsgebiete). — 1 vol. in-8° de 317 p., avec 19 figures, Fr. 14,—; J. Springer, Berlin.

Ce nouveau volume de la collection « Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften », où l'on retrouve les tendances et les qualités de précision et de rigueur qui caractérisent l'auteur du « Lehrbuch der Funktionentheorie », est consacré à la théorie des équations différentielles ordinaires et aux dérivées partielles. Le sujet est immense ; on comprend donc que bien des points, et des plus importants, comme par exemple la théorie de Sophus Lie, ont dû être laissés de côté. Un choix s'imposait, d'autant plus nécessaire, que le livre de M. Bieberbach s'adresse aux commençants et ne suppose, chez le lecteur, que la connaissance de ces éléments d'analyse que M. Bieberbach a si bien résumés dans ses trois « Leitfäden ». Il a fallu par conséquent consacrer une partie du volume aux méthodes élémentaires d'intégration, cette base de l'intégration formelle, que l'auteur expose du reste d'une manière originale, cherchant à mettre en évidence le vrai sens et la portée des transformations. Mais déjà dans le chapitre II il passe à l'étude directe des intégrales en s'appuyant sur la méthode des approximations successives, à laquelle il rattache plus loin celle de Cauchy-Lipschitz. Le problème fondamental se transforme et le sens du mot solution s'élargit. A côté de la solution quantitative, qui est fournie par la méthode de Picard, l'auteur cherche, en s'engageant dans la voie tracée par Poincaré, à obtenir la solution qualitative du problème. On sait avec quel succès les mathématiciens contemporains, et en particulier M. Bendixson, ont repris et continué les admirables recherches de Poincaré. C'est cette étude topologique des caractéristiques dans le voisinage d'un point singulier qui forme le sujet du chapitre III. L'auteur résume, en les complétant parfois, les beaux résultats obtenus dans cette voie par M. Bendixson dans le t. 24 des Acta Mathematica. C'est là sans contredit l'un des chapitres les plus intéressants et les plus suggestifs du livre.

Nous passons ensuite à l'étude de l'équation du premier ordre dans le domaine complexe, où à côté des théorèmes classiques de Briot et Bouquet et de MM. Picard et Painlevé, l'auteur mentionne les travaux curieux, moins connus, parce que plus récents, de M. Malmquist.

Telles sont les principales questions qui forment le sujet de la première partie (106 p.) du livre.

La seconde est consacrée aux équations différentielles du second ordre et, en particulier, aux équations linéaires du second ordre. Les sujets traités dans cette partie s'apparentent aux problèmes étudiés dans la première.

L'auteur commence par exposer les méthodes élémentaires d'intégration pour les équations du second ordre et le procédé des approximations successives; comme dans la première partie, il aborde ensuite l'étude topologique des caractéristiques en se bornant à des équations d'une forme particulière qui ont été étudiées par M. Birkhoff Ce chapitre, que l'on peut, dans une certaine mesure, rapprocher des recherches de M. Bendixson, est d'une lecture plus difficile. Mais si l'auteur s'est contenté de quelques aperçus, s'il n'a fait qu'effleurer un sujet qui intéresse particulièrement les analystes, c'est qu'il tenait surtout à diriger la curiosité du lecteur vers des problèmes où l'Analysis situs est appelée certainement à jouer un rôle capital, et faire pressentir ainsi l'importance de cette discipline.

D'autres problèmes, classiques cette fois-ci, sont traités ensuite par M. Bieberbach, les uns se rattachant aux belles recherches de M. Picard sur les équations différentielles renfermant un paramètre arbitraire, d'autres à celles de Fuchs, et bien que l'auteur se borne aux équations linéaires du second ordre, ce qu'il en dit peut suffire pour aborder sans difficulté l'étude du cas général.

La troisième partie du livre est consacrée à la théorie des équations aux dérivées partielles que l'auteur esquisse à grands traits.

Il est à regretter que quelques errata se soient glissés dans l'excellent ouvrage de M. Bieberbach, mais un lecteur attentif les corrigera sans peine.

D. MIRIMANOFF (Genève).

EMILE BOREL et ROBERT DELTHEIL. — **Probabilités, Erreurs.** — 1 vol. in-16 de 200 pages et 10 figures. (Collection Armand Colin); 5 francs; Librairie Armand Colin, Paris, 1923.

Cet ouvrage, malgré son aspect réduit, aborde les principaux problèmes du Calcul des Probabilités. Il est même riche quant aux développements relatifs aux probabilités continues particulièrement étudiées par M. R. Deltheil.

Les principes généraux sont présentés, d'une manière remarquablement aisée, non pas en établissant immédiatement des théorèmes mais en résolvant tout de suite des problèmes où n'intervient que la notion de dénombrement. Les théorèmes s'imposent, dès lors, de manière absolument naturelle. La valeur probable ou la valeur moyenne suivent l'introduction de l'espérance mathématique.

La formule de Stirling remplace rapidement les factorielles de l'analyse combinatoire par des exponentielles plus maniables et nous voici, avec la loi des écarts, à la fonction $\Theta(\lambda)$ et à la courbe en cloche. Tout cela se lit comme un recueil de récréations mathématiques et cependant rien n'est omis pour faire juger de l'extrême importance du théorème de Jacques Bernouilli, de la loi des grands nombres, du principe fondamental ainsi formulé: *Dans une nombreuse série d'épreuves, l'événement favorable se produit avec une fréquence voisine de sa probabilité.* Il convient aussi de signaler ici d'ingénieuses discussions relatives aux cas où les épreuves sont partagées en plusieurs groupes, et où l'on peut conserver une même loi d'écart à condition d'avoir une *unité d'écart* variable.

Les probabilités continues apparaissent comme pouvant donner lieu aussi bien à d'élégantes formules de calcul intégral qu'à des constructions géométriques des plus esthétiques.

Signalons le problème du bâton brisé en trois morceaux favorables à la construction d'un triangle, le fameux problème de l'aiguille qui fait dépendre d'un jeu de hasard un π fort acceptable, les problèmes de cordes dans le cercle imaginés par J. Bertrand et qui sont repris et généralisés. Là encore, c'est tantôt l'amusement mathématique, tantôt l'aperçu profond sur le choix de la *probabilité élémentaire* où s'introduit, d'après Poincaré, une fonction arbitraire positive, ce qui n'empêche pas certains cas particulièrement intéressants de conduire à des résultats indépendants de la fonction arbitraire choisie.

Un chapitre sur les *Probabilités des Causes* termine la première partie de l'ouvrage. Nous serons bref sur les *Applications* constituant la deuxième partie. Elle portent sur les statistiques et leurs anomalies étudiées par Dormoy, Lexis, Pearson, ... Viennent ensuite les méthodes statistiques de la Physique moléculaire. Signalons la loi de Maxwell, l'équipartition de l'énergie, le principe de Carnot et l'interprétation de Boltzmann pour laquelle le système tend vers l'état de probabilité maximum. Après le mouvement brownien (Einstein, Perrin, ...) se place une rapide discussion des fluctuations qui, inappréciables dans les champs finis ordinaires, se révèlent cependant dans certains champs microscopiques.

Une troisième partie traite des *erreurs d'observation*. Tout naturellement il s'agit de la loi de Gauss d'après laquelle la probabilité, pour qu'une erreur soit comprise entre x et $x + dx$, s'exprime par une différentielle exponentielle à exposant quadratique. Il n'est pas absolument facile de la justifier de manière rigoureuse et les savantes discussions de Poincaré ont surtout montré qu'on pouvait s'en tenir à ce qui, auparavant, était la sécurité empirique. Quoiqu'il en soit, elle a un aboutissement des plus remarquables qui est la *méthode des moindres carrés*. Les auteurs ont illustré celle-ci d'exemples numériques. Si l'on ajoute que tous les chapitres du livre sont terminés par d'intéressants exercices, il est permis de dire que nous devons, à MM. Borel et Deltheil, une œuvre de portée d'autant plus grande qu'elle est partout écrite avec la plus captivante simplicité. A. Buhl (Toulouse).

E. Bortolotti. — **Lezioni di Geometria Analitica.** Volume Primo. — 1 vol. in-8° de 373 p.; 45 lires; Nicola Zanichelli, Bologne.

Ces « Lezioni » correspondent au cours de géométrie analytique que professe l'auteur à l'Université de Bologne. Elles débutent par une intéressante introduction historique comprenant une trentaine de pages et dans laquelle l'auteur fait ressortir les différentes étapes de la géométrie analytique depuis l'algèbre géométrique des anciens jusqu'aux développements modernes. M. Bortolotti insiste à juste titre sur l'importance qu'il y a à faire ressortir les idées directrices et rappelle l'opinion du savant géomètre Zeuthen qui dit que ceux qui veulent apprendre une science « ont moins besoin des résultats tout prêts et complets transmis par leurs prédécesseurs, que des pensées et des impulsions fécondes qu'ils ont reçues en même temps que les résultats ».

Dans ce premier volume, l'auteur fait l'étude du point, de la droite et du plan en géométrie à deux et à trois dimensions, puis il expose les propriétés des sections coniques. Il introduit dès le début les notions fondamentales relatives aux rapports anharmoniques, à l'homographie et à l'involution. Un Appendice est consacré aux propriétés projectives des formes fondamentales de seconde et de troisième espèce. H. F.

R. Bricard. — **Cinématique et mécanismes.** (Collection Armand Colin.) — 1 vol. in-16 de 212 pages avec 79 figures; Fr. 5.— broché; Librairie Armand Colin, Paris.

L'ouvrage de M. Bricard est une initiation, en deux cents pages, à l'étude de la Cinématique et des Mécanismes. L'exposé, d'une grande clarté et d'une simplicité remarquable, est accessible à tous ceux qui connaissent les premiers éléments de la géométrie et du calcul algébrique.

La moitié du livre est consacrée à l'étude des mécanismes: engrenages, cames, excentriques, systèmes articulés, faite à un point de vue très concret. Elle rendra les plus grands services à tous ceux qui doivent faire ensuite plus complètement de la mécanique appliquée.

Conférences faites au cinquième Congrès des Mathématiciens scandinaves tenu à Helsingfors du 4 au 7 juillet 1922. — 1 vol. gr. in-8° de 316 pages. Librairie Académique, Helsingfors, 1923.

Ceci est un magnifique volume qui ne contient guère que des Mémoires de premier ordre dont chacun mériterait une analyse. Je dois me borner, à regret, à mentionner les principaux titres parfois résumés, parfois accompagnés d'une très brève explication.

Hj. Mellin. *Asymptotische Reihen.* Rapports avec les fonctions hypergéométriques, la fonction Γ. Travaux de Cauchy, Dirichlet, Pincherle, ...

C. Juel. *Von Staudt's Geometrie der Lage.* Avec un très artistique portrait de Von Staudt.

Ivar Fredholm. *Sur une équation intégrale à noyau analytique.* Equation née du problème de Dirichlet mais cependant plus générale.

A. Wiman. *Ueber die Geometrie auf der zweiteiligen kubischen Fläche.*

Karl F. Sundman. *Ueber die Richtungslinien für fortgesetzte Untersuchungen in den Planet- und Trabanttheorien.*

Carl Störmer. *Aurores boréales.* Magnifiques planches phototypiques.

J. W. Lindeberg. *Ueber das Gauss'sche Fehlergesetz.* Perfectionnements amorcés par Tschebyscheff, Markoff, Liapounoff, ...

G. Mittag-Leffler. *Le théorème de Cauchy.* Réflexions sur la démonstration rigoureuse. Travaux E. Goursat.

Elis Strömgren. *Restricted and general Problem of three Bodies.* Nombreuses figures se rapportant à des trajectoires comparées avec des observations. Résumé très important.

Harald Bohr. *Diophantische Approximationen, Dirichlet'sche Reihen und Riemann'sche Zetafunktion.* Approximations ne visant que les chiffres décimaux des nombres à comparer.

H. A. Kramers. *Some main features of the modern theory of atomic structure.*

Richard Birkeland. *Sur la résolution des équations algébriques.* Fonctions hypergéométriques; généralisations de Thomae, Goursat; application à la résolution de $x^n = gx + \beta$.

Torsten Carleman. *Sur les fonctions quasi-analytiques.* Développements sur les travaux Borel et Denjoy.

Viggo Brun. *Das Sieb des Eratosthenes.* Curieux schème géométrique.

V. Walfrid Ekman. *On the Horizontal Circulation in the Sea.* Généralités analytiques sur les courants océaniques.

Th. Skolem. *Einige Bemerkungen zur axiomatischen Begründung der*

Mengenlehre. Discussion sur les antinomies fondamentales (Zermelo, Whitehead, etc.).

J. Malmquist. *Sur les équations différentielles à points critiques fixes.* Retour sur les travaux Painlevé, Chazy, Gambier, Garnier, Boutroux, ...

Rolf. Nevanlinna. *Poisson'sche Integral und Singularitäten analytischer Funktionen.* Relations entre les singularités et le mode de croissance. Travaux des frères Nevanlinna conduisant d'ailleurs au mémoire suivant.

Frithiof Nevanlinna. *Beziehungen zwischen dem Anwachsen einer analytischen Funktion und der Verteilung ihrer Nullstellen und Pole.*

P. J. Myrberg. *Singularitäten der automorphen Funktionen mehrerer Veränderlichen.* Travaux de Poincaré, Picard, Klein, G. Giraud. Groupes à multiplicité quadratique invariante; groupes de Cremona.

Mentionnons encore MM. Trygve Nagel, J.-F. Steffensen, Oystein Ore, Olaf M. Thalberg, Felix Iversen, E. Holmgren, Harald Cramer, auteurs d'écrits plus brefs que les précédents.

Presque partout les travaux des géomètres français sont largement mis à contribution; aussi ce nous est un plaisir particulier que de signaler ce recueil, de haute valeur, qui fait le plus grand honneur à la science scandinave et en lequel les géomètres de tous les pays trouveront les plus heureuses suggestions.

A. Buhl (Toulouse).

J. Geffroy. — **Traité pratique de géométrie descriptive.** (Collection Armand Colin). — 1 vol. in-16 de 188 pages avec 248 figures, Fr. 5.— broché; librairie Armand Colin, Paris.

L'ouvrage de M. Geffroy a été rédigé principalement en vue des applications pratiques.

Les éléments de la Géométrie descriptive sont exposés sous la forme simple et commode qui convient à tous ceux qui débutent dans son étude. Les applications pratiques sont empruntées à la taille des pierres ou stéréotomie et au trait de charpente.

Le lecteur peut donc allier l'étude théorique à celle de la pratique. Il se rend ainsi compte du but à atteindre et de l'utilité de la technique qu'il apprend.

C'est dire que ce livre s'adresse aussi bien aux débutants qui désirent s'initier aux méthodes qu'à ceux qui, connaissant déjà les premiers éléments, sont curieux ou ont besoin de savoir comment on les applique.

Les matières sont réparties comme suit : Notions préliminaires. — Le point, la droite, le plan. — Méthodes graphiques : changements de plans de projection; rabattements; rotations. — Problèmes relatifs aux distances et aux angles. — Conventions relatives à la visibilité, contour apparent d'un polyèdre. — Polyèdres, projection et intersection. — Applications pratiques. — Sujets d'épures.

Les figures et les épures, placées *dans le texte*, facilitent beaucoup la lecture de l'ouvrage.

E. W. Hobson. — **The Theory of Functions of a real Variable and the Theory of Fourier's Series.** Tome I, 2me édition. — 1 vol. gr. in-8°, XVI-671 p., relié 45 sh. The University Press, Cambridge, C. F. Clay, Londres, 1921.

Le grand traité de M. Hobson, dont la première édition a paru en **1907**, est devenu rapidement classique dans les pays de langue anglaise. Très apprécié ce ce côté du détroit, il ne tarda pas à prendre sa place au premier rang des ouvrages sur la théorie des fonctions de variables réelles. Pour beaucoup de géomètres il est le livre par excellence qu'on consulte et qui sert de guide. Je ne sais s'il en existe de plus complets et de meilleurs.

Rompant avec les traditions de Cambridge, ce qui lui valut quelques critiques, M. Hobson ne s'était pas borné à exposer ses recherches personnelles, si remarquables à tant d'égards. Il avait cherché à faire connaître, sur un sujet extrêmement vaste, les recherches faites sur le continent et à esquisser l'état actuel de la science.

Mais la production mathématique est aujourd'hui telle que l'œuvre la mieux documentée est destinée à vieillir rapidement. Depuis 1907 et sous l'influence des travaux des géomètres contemporains, la plupart des questions traitées par M. Hobson ont été reprises et des problèmes nouveaux posés et résolus. Il devenait utile de résumer et surtout de rapprocher ces recherches parfois disparates, de déterminer, dans la mesure du possible, la portée des nouvelles méthodes, tâche particulièrement difficile, car il ne s'agissait pas seulement de compléter et de remanier superficiellement; des chapitres entiers étaient à refaire.

Aussi l'auteur a-t-il cru utile de diviser la 2me édition de son traité en deux volumes. Le premier, qui vient de paraître, est consacré aux théories traitées presque exclusivement dans les cinq premiers chapitres de la 1re édition — et il en contient huit; c'est dire à quel point le champ s'est élargi dans l'édition nouvelle.

Les sujets traités dans ce premier volume forment un domaine bien délimité. Les premiers chapitres sont consacrés à l'étude extrêmement intéressante des théories qui trouvent leur origine dans les travaux de Cantor et de Dedekind, cette base des mathématiques modernes. Mais des additions importantes ont été faites dans l'édition nouvelle, surtout dans le chapitre consacré aux propriétés métriques des ensembles de points, qui ont fait depuis 1907 l'objet de tant de profondes recherches. On y trouve des remarques fort intéressantes sur les antinomies cantoriennes et le fameux principe de Zermelo.

Mais c'est dans les chapitres suivants consacrés à l'étude des fonctions de variables réelles et à la notion d'intégrale que les changements introduits par M. Hobson ont été les plus considérables. L'auteur a cherché à exposer les découvertes les plus récentes, et l'on sait quels développements extraordinaires la pensée mathématique a reçus dans ce domaine, depuis les premiers travaux de M. Lebesgue.

L'étude de l'intégrale de Riemann, qui dans cette 2me édition a pris une ampleur beaucoup plus grande, a formé le sujet d'un chapitre spécial qu'on peut regarder comme une introduction à l'étude de l'intégrale de Lebesgue.

Pour avoir une idée du chemin parcouru depuis 1907, il suffit de comparer les derniers chapitres de l'édition nouvelle au chapitre V de la première (intégration). Nulle part peut être l'activité mathématique n'a été aussi féconde. A côté de l'intégrale de Lebesgue, à laquelle il n'avait consacré que quelques pages dans la première édition, M. Hobson étudie maintenant celles de Hellinger, de Harnack-Lebesgue, de Denjoy, sur lesquelles il s'étend longuement, enfin celles si remarquables de M. W. H. Young, et rien n'est plus curieux que de rapprocher entre elles ces conceptions en apparence si diverses. M. Hobson compte du reste reprendre l'étude de ces questions, qui intéressent aujourd'hui particulièrement les mathématiciens, dans le 2me volume de son traité, qui sera consacré principalement à la théorie des suites de fonctions et à celle des séries trigonométriques.

Nous ne saurions assez recommander cette 2me édition aux lecteurs de *L'Enseignement Mathématique*. D. MIRIMANOFF (Genève).

HURWITZ-COURANT. — **Funktionentheorie.** Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellung. Vorlesungen über *allgemeine Funktionentheorie und elliptische Funktionen*, hrsggb. u. ergänzt durch einen Abschnitt über *Geometrische Funktionentheorie*. — 1 vol. in-8° de 392 p. avec 122 fig.; broché, Fr. 15; J. Springer, Berlin.

Ecrit en caractères assez serrés, ce livre comprend trois parties. Les deux premières: la théorie générale des fonctions d'une variable complexe et les fonctions elliptiques ont été reconstituées par M. Courant d'après les manuscrits de Hurwitz.

La première, d'environ cent trente pages, est un exposé très minutieux de la partie élémentaire de la théorie des fonctions analytiques, exposé remarquable de soins et de rigueur, où semble dominer la préoccupation Weierstrassienne, de construire la théorie sur la série de puissance et en quelque sorte sur ces bases arithmétiques. Cette préoccupation est très satisfaisante au point de vue logique, bien qu'elle nous contraigne quelquefois à faire des détours.

La seconde, de cent douze pages, constitue une profonde étude des fonctions elliptiques. On y trouvera nombre de renseignements sur les fonctions theta, celles de Jacobi, les fonctions modulaires et les relations qui les relient.

M. Courant, par la publication de ce cours d'Hurwitz, rend un bel hommage à la mémoire du savant professeur de Zurich.

La troisième partie, cent cinquante pages environ, est de M. Courant. Elle est intitulée « Théorie géométrique des fonctions ». Ce titre paraîtra curieux et deux mots d'explications ne seront pas superflus. Il s'agit avant tout du problème de la représentation conforme, de l'œuvre de Riemann et de ses successeurs, de l'étude des fonctions analytiques définies par une propriété intrinsèque, étude où l'on supperpose le plan de la fonction au plan de la variable et où l'on porte son attention plutôt sur les lignes ou aires que décrivent variables et fonctions que sur le caractère de leur dépendance analytique.

Plusieurs pages sont consacrées à la surface de Riemann et à l'important problème de l'uniformisation de Poincaré.

En réunissant ainsi tout ce qui touche à cette théorie géométrique des fonctions, et ce titre n'a rien que de très naturel, M. Courant a, croyons-nous, comblé une grave lacune. Nous ne saurions faire ici le départ exact entre l'apport personnel, que nous croyons important, de l'auteur et celui de ses devanciers.

Cette dernière partie offre en plus l'intérêt de pouvoir être étudiée pour elle-même, sans qu'il soit nécessaire de se référer aux deux premières.

Ce livre est en tout point remarquable par la minutie qui va jusque dans les moindres détails de la rédaction. De nombreuses figures dans le texte en faciliteront la lecture ainsi qu'un ample index alphabétique.

Rolin WAVRE (Genève).

G. Lambeck. — **Philosophische Propädeutik.** — 1 vol. in-8°, VIII-236 p., Teubner, Leipzig, 1919.

Cet ouvrage est dû à la collaboration de plusieurs auteurs et constitue, à l'usage des élèves débutants, une intéressante mise au point des principaux problèmes philosophiques. Une courte préface indique dans quel esprit il a été conçu.

L'ère des grands systèmes métaphysiques, dit-elle entre autres, semble être close; la philosophie cependant ne perd pas ses droits; elle doit, en s'inspirant de toutes les sciences, donner une vision de l'univers aussi cohérente que possible.

Quant à l'ordre des matières, le voici avec le nom des auteurs qui les ont traitées :

Mathématiques et physique: Goldbeck. — Biologie: M. Gruner. — Histoire : G. Lambeck. — Littérature allemande : P. Lorentz. — Eléments de philosophie ancienne : E. Hoffmann. — Psychologie, logique, etc. : A. Messer.

Une bibliographie sommaire mais intelligemment choisie accompagne chaque chapitre.

Arnold Reymond (Neuchâtel).

W. Lietzmann. — **Methodik des mathematischen Unterrichts,** 2. durchgesehene und vermehrte Auflage, 2. Teil : *Didaktik der einzelnen Gebiete des mathematischen Unterrichts*, mit 8 Tafeln und 84 Fig. im Text. (Handbuch des naturwissenschaftlichen und mathematischen Unterrichts, VIII. Band). — 1 vol. in-8° de 367 p., Verlag von Quelle und Meyer, Leipzig.

Nous signalons cet ouvrage à l'attention des candidats à l'enseignement secondaire. Ils y trouveront des indications et des conseils fort utiles sur la méthodologie des différentes branches mathématiques, depuis l'enseignement des opérations d'arithmétique et la géométrie élémentaire jusqu'à celui des notions de dérivées d'intégrales. Dans ces différents domaines, l'auteur sait se borner à l'essentiel. Il expose avec beaucoup de compétence les objets qui lui paraissent devoir jouer un rôle fondamental dans l'enseignement secondaire.

Le volume de M. Lietzmann sera aussi consulté avec profit par tous ceux qui sont déjà dans la pratique de l'enseignement. Il les renseignera sur les tendances modernes et leur fournira des suggestions fort intéressantes, propres à réaliser des progrés au point de vue de la méthode qu'à celui des principes essentiels à mettre tout particulièrement en lumière dans un premier enseignement. L'ouvrage contient aussi de nombreux renseignements sur les moyens auxiliaires, appareils, instruments, etc, permettant d'éveiller l'attention des élèves et de rendre plus intuitive la première initiation aux différentes branches mathématiques.

On sait que M. Lietzmann a pris une part très active aux travaux de la sous-commission allemande de l'enseignement mathématique. Depuis 1919, il fait à l'Université de Gœttingue un cours de didactique mathématique combiné avec un séminaire pédagogique et une initiation pratique à l'Ecole Réale Supérieure. Son traité vient prendre place à côté des ouvrages classiques de Reidt, Simon, Höfler et les complète de la façon la plus heureuse.

H. Fehr.

H. Marais. — **Introduction géométrique à l'étude de la relativité.** — 1 vol. in-8° de 192 p. et 22 fig., Fr. 15.—; Gauthier-Villars et Cie, Paris.

L'auteur s'est proposé de rédiger, sous une forme aussi simple et aussi claire que possible, et en se plaçant au point de vue géométrique, une sorte de grammaire du langage mathématique de la Relativité. Il étudie successivement les espaces euclidiens et les lois d'invariance pour les transformations linéaires, puis les espaces de Riemann et les lois d'invariance pour les transformations continues quelconques, en indiquant le rôle joué dans les théories relativistes par les notions géométriques ainsi expliquées.

Ce Livre, qui intéressera les mathématiciens et les physiciens rendra particulièrement service à tous ceux qui, possédant les éléments de l'analyse, désirent étudier les exposés spéciaux sur la Relativité. Il leur évitera d'être arrêtés dans cette étude par des difficultés purement formelles, en les familiarisant avec les conceptions fondamentales et les procédés de calcul des théories relativistes.

Ch. Maurain. — **Physique du globe** (Collection Armand Colin). — 1 vol. in-16 de 204 p. avec 21 fig., Fr. 5.—, broché; Armand Colin, Paris.

Dans ce nouveau volume de la *Collection Armand Colin* M. Maurain expose d'une façon élémentaire les questions qui ont fait, ces dernières années, l'objet de son enseignement à la Sorbonne.

L'énoncé des matières traitées suffira d'ailleurs à montrer l'intérêt puissant et actuel de ce petit livre : Forme et constitution de l'écorce terrestre; mouvements périodiques ou brusques de cette écorce; sismologie ou étude des tremblements de terre; magnétisme terrestre et ses relations avec les phénomènes cosmiques; électricité atmosphérique.

Tous ces sujets se relient d'une manière attachante à d'importants problèmes de Physique, d'Astronomie, de Géologie et de Géographie physique; c'est dire qu'ils présentent un intérêt général et de premier ordre.

F.-D. Murnaghan. — **Vector Analysis and the Theory of Relativity.** — 1 vol. in-8° de 125 p., 2 Doll. 75; John's Hopkins Press, Baltimore, Mo.

On sait le rôle fondamental que jouent dans la théorie de la relativité le calcul tensoriel et le calcul différentiel absolu dûs aux travaux de Riemann, Christoffel, Ricci et Levi-Cività. Grâce à ces méthodes nouvelles les lois de la physique peuvent être examinées dans un système de référence absolument quelconque. Il y a donc un intérêt évident pour les physiciens à posséder ce nouvel instrument de calcul. C'est à eux que s'adresse plus particulièrement l'auteur. Son livre leur fournit une excellente initiation au calcul tensoriel, au calcul différentiel absolu et aux problèmes fondamentaux de la relativité.

H. F.

S. Pincherle. — **Gli Elementi della Teoria delle Funzioni Analitiche.** (Parte Prima). — 1 vol. in-8° de 401 p.; 45 lires; Nicola Zanichelli, Bologne.

M. Pincherle, en publiant son cours de l'université de Bologne, a extrait de sa gangue ce joyau, la théorie des fonctions analytiques, qu'on ne se lassera de contempler avec une admiration toujours nouvelle, réunissant ainsi en quelque quatre cents pages ces chapitres classiques souvent dispersés dans de volumineux traités d'analyse.

Suivant une impression que l'auteur trahit dans sa préface, cette théorie nous incline à regarder, avec Hermite, la fonction comme une entité en soi, indépendante de l'acte d'imagination, indépendante même de l'esprit, du mathématicien qui la découvre. Cet exposé limpide met en pleine lumière « les admirables constructions dues au génie de Cauchy, de Riemann et de Weierstrass qui constituent un des chapitres les plus organiquement parfaits et les plus attrayants de l'analyse mathématique ». Le point de vue de Cauchy notamment nous paraît reprendre ici toute son envergure, bien que M. Pincherle réserve, pour la seconde partie, l'extension que M. Borel a donnée des idées de Cauchy en construisant des fonctions monogènes non analytiques. Nous sommes assez embarrassé de rendre compte des principaux chapitres de ce livre, disons simplement que les éléments de la théorie des fonctions analytiques et elliptiques y sont exposés avec une remarquable clarté didactique, que l'auteur semble avoir eu le soucis de donner toujours les démonstrations les plus simples possible; c'est ainsi qu'il tire très habilement parti du théorème de Morera, réciproque d'une des propositions fondamentales de Cauchy.

M. Pincherle poursuit par place son exposé jusqu'aux résultats plus spéciaux, tels, les théorèmes de Schottky et de Landau sur les fonctions qui admettent des valeurs exceptionnelles. Son chapitre sur la théorie des fonctions génératrices et des fonctions déterminantes nous paraît être une première allusion à l'étude des opérations linéraires appliquées aux fonctions analytiques, théorie où l'auteur fait autorité. Nous souhaitons avec lui et bien vivement que ses forces lui permettent de développer ce point de vue dans sa seconde partie. Rolin WAVRE (Genève).

Poradnik dla Samoukov T. III, **Matematyka. Uzupelnienia do tome Pierwszego.** — Guide des autodidactes, T, III, Indications méthodiques sur toutes les branches des connaissances, à l'usage des autodidactes. *Mathématiques*, Suppléments du Tome I (en polonais). — 1 vol. in-8° de VIII-188 p., publié par A. Heflich et S. Michalski, subventionné par la « Caisse J. Mianowski », société d'encouragement aux travaux scientifiques, rue N. Swiat, 72, Varsovie, 923.

Les lecteurs de l'*Enseignement mathèmatique* connaissent déjà le plan général et le but du « Guide des Autodidactes » (voir tome XXI, p. 69). Nous nous bornerons donc à rendre compte brièvement du volume actuel. Il est consacré aux sciences mathématiques et constitue un supplément au tome I consacré aux mêmes sciences. Il contient, en dehors de quelques indications bibliographiques rendues nécessaires par la publication d'ouvrages nouveaux, des articles d'un caractère philosophique destinés à faciliter au lecteur l'œuvre de coordination des connaissances déjà acquises et à mettre en évidence le caractère propre ainsi que la portée des diverses branches des Sciences mathématiques. La série d'articles débute par un mémoire de M. MAZURKIEWICZ sur la structure générale des sciences mathématiques. Viennent ensuite deux articles de M. SLESZYNSHI, dont l'un traite de l'importance de la logique en mathématiques et l'autre de l'évolution historique de l'analyse infinitésimale. Ces articles sont suivis : d'un article de M. MAZURKIEWICZ sur les rapports entre la théorie des ensembles et les autres théories mathématiques, d'un article de M ZORAWSKI sur les rapports mutuels de la physique et de la mathématique.

Louis Roy. — **L'Electrodynamique des milieux isotropes en repos,** d'après Helmholtz et Duhem. — 1 vol. in-8° de 94 pages (Collection *Scientia*); 10 francs; Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1923.

Cet ouvrage, dédié à la mémoire de Pierre Duhem, étudie profondément les théories de Helmholtz-Duhem, son but étant d'établir que celles-ci peuvent rigoureusement conduire aux équations de Maxwell, sans que l'on ait à accepter ces contradictions dont Henri Poincaré proposait « de prendre son parti » et que certains théoriciens avaient fini par trouver « suggestives ».

Il semble bien que Duhem ait eu en vue une telle conclusion et que la mort seule l'ait empêché d'y parvenir d'une manière définitive. M. Louis Roy, qui s'honore à juste titre en s'inspirant d'un tel maître, a donc repris une question dont personne ne niait l'extrême importance, mais qui effrayait bien des physiciens par la complexité de l'appareil analytique. Cet appareil a toujours été remarquablement symétrique et des théories contradictoires ont eu en commun l'esthétique des procédés mathématiques, mais M. Roy semble avoir encore perfectionné les choses et, si l'encombrement typographique n'était à craindre ici, nous reproduirions volontiers ses principales formules pour qu'on puisse juger de l'élégance qu'elles offrent au premier aspect. Le lecteur est tout de suite favorablement prévenu en faveur de développements se présentant sous une telle forme.

On est d'ailleurs en présence d'un enchaînement serré, d'où il est difficile de faire saillir des choses se prêtant à une discussion brève. L'ouvrage commence par un rappel des notions les plus fondamentales sur les aimants, les courants, les diélectriques, etc. Parmi les points les plus originaux, il semble cependant qu'il faille signaler ce qui concerne l'énergie interne d'un système isotrope électrisé et aimanté. On trouve là une généralisation du théorème de Vaschy sur la nullité de l'énergie électromagnétique. Les lois de l'aimantation donnent ensuite, en faisant simplement intervenir les dérivées de l'induction, une équation fondamentale postulée par Maxwell, mais qui était parfaitement susceptible de démonstration.

Pour la force électromotrice induite par un feuillet dans un contour, nous trouvons de même une extension logique dont Maxwell faisait une hypothèse.

La relation entre la vitesse de la lumière et les constantes des actions électrostatique et électrodynamique est rétablie sous une forme qui évite toute contradiction d'homogénéité. Enfin une autre constante fondamentale d'Helmholtz est nécessairement nulle, ce qui cadre avec la non-existence de perturbations longitudinales, tout en ne provenant que des propriétés les plus simples du potentiel électrique. Dès lors, la théorie de Maxwell perd son caractère quasi-divinatoire sans, bien entendu, perdre son importance et ce au jour des méthodes d'Helmholtz et de Duhem si ingénieusement rapprochées d'elle par M. Roy. Certes l'ère des discussions n'est probablement pas close. Il y a encore chez certains de singuliers préjugés — nous n'osons dire des erreurs — du côté de la question des unités électriques. D'autre part la théorie relativiste persiste à voir dans les équations de Maxwell l'équivalent de postulats analytico-géométriques. Mais il est incontestable que, dans le domaine si nettement délimité ici, nous possédons maintenant une clarté et une logique que beaucoup de constructions pourraient envier.

A. Buhl (Toulouse).

D. E. Smith. — **Mathematics,** Introduction by Sir Thomas Little Heath. (Our Debt to Greece and Rome, No. 39). — 1 vol. in-8° de 175 p., Marshall Jones Company, Boston.

Mettre en lumière ce que nous devons à la Grèce et à la Rome antiques dans tous les domaines de la connaissance humaine, tel est le but de la Collection « Our Debt to Greece and Rome », qui comprend actuellement 50 volumes. Dans chaque domaine, on a eu recours au spécialiste le mieux qualifié. C'est M. David Eugène Smith, professeur au Teachers College de la Columbia University (New-York) qui a été chargé du volume consacré aux mathématiques.

L'auteur jette d'abord un coup d'œil d'ensemble sur les contributions de l'Antiquité dans le domaine des mathématiques, puis il examine en détail les différentes branches. Dans une troisième partie, il montre quelle a été l'influence des géomètres et philosophes de l'Antiquité sur le développement des mathématiques modernes.

L'Ouvrage débute par une Introduction rédigée par Sir Thomas Little Heath.

H. Fehr.

A. N. Whitehead. — **The concept of Nature.** — 1 vol. in-8°, 202 p., 14 sh., Cambridge University Press, C. F. Clay, Londres, 1920.

En 1919 M. Whitehead, l'on s'en souvient, avait consacré au problème de la Relativité une étude originale et suggestive que nous avons analysée ici même et qui portait le titre suivant: « An enquiry concerning the principles of natural knowledge ». Les questions qu'il traitait alors sont reprises en partie dans l'ouvrage qu'il vient de publier; mais elles sont dépouillées de tout algorithme mathématique et leur portée philosophique est accentuée. En voici du reste l'énoncé: la nature et la pensée, la bifurcation de la nature, le temps, l'abstraction extensive, l'espace et le mouvement, la congruence, les objets, les concepts ultimes de la physique.

M. Whitehead nous déclare dans sa préface que ses vues sont restées les mêmes et il caractérise comme suit sa position vis-à-vis d'Einstein. « J'ai adopté, dit-il, la méthode tensorielle inaugurée en physique par Einstein mais en partant d'autres suppositions que lui et par mes méthodes j'obtiens tous les résultats qui ont été vérifiés par l'expérience. L'unique point de divergence réside dans le fait que je n'accepte pas les théories d'Einstein concernant un espace non-uniforme et le caractère particulièrement fondamental des signaux-lumière. Je n'entends pas par là diminuer en quoi que ce soit la valeur de son récent ouvrage sur la relativité générale. Cet ouvrage a l'immense mérite de révéler pour la première fois le chemin dans lequel la physique mathématique doit s'avancer à la lumière du principe de relativité. Mais selon moi il gêne le développement d'une brillante méthode mathématique en l'enfermant dans les limites d'une philosophie douteuse. »

Arnold Reymond (Université de Neuchâtel).