4. — Prof. A. Speiser (Zurich). — *Sur une transformation de contact concernant le problème restreint de la mécanique céleste.* — Un des problèmes les plus importants de cette partie de la mécanique est celui où il y a un centre de forces et où les trajectoires sont limitées à une région finie, la frontière comprenant les points où la vitesse est nulle. Il y a dans cette région deux sortes de points singuliers, dans lesquels les trajectoires présentent des points de rebroussement: 1° le centre de forces, par lequel il passe une infinité de trajectoires; 2° la frontière qui admet pour chaque point une seule trajectoire.

Il s'agit maintenant d'éloigner ces singularités. On démontre que le problème énoncé est parfaitement identique à un problème sur la sphère sans singularité quelconque et que le passage est fait par une transformation de contact, de sorte que réciproquement à chaque ensemble de courbes à deux paramètres sur la sphère et sans aucune singularité, correspond un ensemble dans la région du plan présentant les singularités indiquées. De cette manière, il est possible de transposer les théorèmes bien connus sur les courbes d'une sphère immédiatement à ce problème de mécanique.

D'autre part, il est impossible de relier les deux problèmes par une transformation de points en laissant intact le caractère d'Analysis situs de la question.

MELANGES ET CORRESPONDANCE

Sur les bitangentes d'une quartique.

Réponse à une question de M. Marcel Winants.

Dans son article *Fonctions elliptiques et quartiques binodales* de l'*Enseignement Mathématique* (tome XXIII, n^os^ 3-4, p. 148-163), M. Winants a demandé l'explication du fait qu'une équation formée pour donner les bitangentes d'une quartique se trouvait être du 10^e^ degré, alors que les formules de Plücker indiquent 8 bitangentes. Nous sommes heureux de lui fournir ici la solution de cette difficulté.

Il nous a en effet paru évident que l'équation (25), formée à partir de l'équation (24) avec une élévation au carré de $\wp' v$, devait admettre une racine double en $\wp v$, non seulement pour une racine double $v_1 = v_2$, mais aussi pour deux racines opposées $v_1 = -v_2$; la symétrie de la quartique étudiée montrait qu'alors $\wp' u = 0$, de sorte que $\wp u$ est une des racines de $4\wp^3 u - g_2 . \wp u - g_3 = 0$. Ceci peut se vérifier dès l'équation (24), sinon il faut constater que le discriminant de l'équation (25) est divisible par $\wp'^2 u$, ce qui est plutôt fastidieux avec les coefficients développés de l'équation (25). Aussi il nous semble préférable de rétablir dans ce but cette équation sous la forme:

$$\wp''^2 u . \wp^2 v + 2\wp u(\wp''^2 u - 8\wp u . \wp'^2 u)\wp v + \wp''^2 u . \wp^2 u - 32\wp'^2 . \wp^3 u + 4\wp'' u . \wp'^2 u . \wp u = 0 .$$

On reconnaît ainsi que le discriminant de cette équation a bien en facteur $\wp u . \wp'^2 u$; le polynôme restant après division par $\wp'^2 u$ n'est plus que du 7^e degré en $\wp u$, mais ceci s'explique en remarquant qu'en dehors des solutions fournies par l'équation formée, la droite de l'infini est aussi une bitangente. L'accord avec les nombres de Plücker est donc bien rétabli.

31 mai 1924. P. C. DELENS (Le Hâvre).

A propos de l'interprétation géométrique du problème du scrutin.

La méthode proposée par M. AEBLY dans le dernier fascicule de l'*Enseignement mathématique* (p. 185) pour la résolution de ce problème classique se base d'une part sur une certaine considération de symétrie, d'autre part sur la représentation géométrique du jeu par des chemins tracés dans un réseau rectangulaire. Des considérations de symétrie presque identiques furent employées déjà par DE MOIVRE[1] pour la résolution des problèmes sur la durée du jeu qui, à proprement parler, comprennent celui du scrutin comme cas particulier. L'interprétation géométrique fut introduite par DELANNOY[2]. On trouve dans la *Théorie des nombres* de LUCAS[3] une démonstration à peu près identique à celle proposée par M. Aebly. Récemment, M. PÓLYA a fait usage systématique de la représentation géométrique en question dans plusieurs travaux[4] et, notamment, aussi dans ses cours sur le calcul des probabilités professés à l'Ecole polytechnique fédérale. Je me suis servi de la même méthode dans ma thèse[5] pour traiter

---

[1] The Doctrine of Chance, 2d ed., London, 1738.

[2] Emploi de l'échiquier pour la solution de problèmes arithmétiques. Congrès de l'A. F. A. S., Nancy, Paris et Limoges.

[3] Théorie des nombres. Tome I, Paris, 1891.

[4] I. Anschauliche u. Elementare Darstellung der Lexisschen Dispersionstheorie. *Zeitschrift für schweiz. Statistik u. Volkswissenschaft*, 55. Jahrgang, 1919. — II. Anschaulich-experimentelle Herleitung der Gausschen Fehlerkurve. *Zeitschrift für math. u. nat. Unterricht*, Bd. LII. — III. Ueber eine Aufgabe der Wahrscheinlichkeitsrechnung betreffend die Irrfahrt im Strassennetz. *Math. Annalen*, Bd 84, 1921.

[5] Zur Theorie verketteter Wahrscheinlichkeiten. Markoffsche Ketten höherer Ordnung. Diss. Eidg. Tech. Hochschule, Zürich, 1924.