Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 23 (1923)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: LA PÉDAGOGIE DES THÉORIES D'EINSTEIN

Autor: Buhl, A.

Kapitel: III. — Champ électromagnétique général.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-19743

du mot, que quand les fonctions Γ seront convenablement déterminées mais il n'en est pas moins fort remarquable que *la forme* des équations des géodésiques, *la forme* des équations du déplacement parallèle, *la forme* des dérivées en D, sont *des formes* contenues implicitement dans la matrice (5), c'est-à-dire, si l'on veut, dans la notion de tourbillon euclidien ou, ce qui revient au même, dans la formule stokienne (2) issue elle-même de la première identité (1).

III. — Champ électromagnétique général.

Prenons maintenant la seconde formule stokienne, c'est-à-dire (3). Il y a deux circonstances, absolument distinctes, qui rendent nul Δ_2 et, par suite, les deux membres de la formule.

1° On n'impose d'abord aucune condition aux M_{ij} mais $\Delta_2 = 0$ a lieu par choix de la variété V, c'est-à-dire de la fonction F qui satisfait alors à une équation aux dérivées partielles, du premier ordre, linéaire et homogène. Les équations des caractéristiques sont

$$\left\{\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial x_2} M_{34} + \frac{\partial}{\partial x_3} M_{42} + \frac{\partial}{\partial x_4} M_{23} &= -\rho V_{x_1}, \\
\frac{\partial}{\partial x_3} M_{41} + \frac{\partial}{\partial x_4} M_{13} + \frac{\partial}{\partial x_1} M_{34} &= \rho V_{x_2}, \\
\frac{\partial}{\partial x_4} M_{12} + \frac{\partial}{\partial x_1} M_{24} + \frac{\partial}{\partial x_2} M_{41} &= -\rho V_{x_3}, \\
\frac{\partial}{\partial x_1} M_{23} + \frac{\partial}{\partial x_2} M_{31} + \frac{\partial}{\partial x_3} M_{12} &= \rho ,
\end{aligned}\right. \tag{14}$$

en posant

$$V_{x_1} = \frac{dx_1}{dx_4}, \qquad V_{x_2} = \frac{dx_2}{dx_4}, \qquad V_{x_3} = \frac{dx_3}{dx_4}$$

et en désignant par ρ un facteur de proportionnalité.

Les équations (14) constituent le *premier groupe des équations de Maxwell-Lorentz généralisées*. Elles correspondent à un E_4 qui contient des V_3 spéciales.

2° On obtient $\Delta_2 = 0$ en annulant, dans Δ_2, les mineurs de la première ligne. Alors on a des M_{ij} spéciaux, que nous appellerons des M^*_{ij}, pour lesquels

$$\left\{\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial x_2} M^*_{34} + \frac{\partial}{\partial x_3} M^*_{42} + \frac{\partial}{\partial x_4} M^*_{23} = 0 ,\\
&\frac{\partial}{\partial x_3} M^*_{41} + \frac{\partial}{\partial x_4} M^*_{13} + \frac{\partial}{\partial x_1} M^*_{34} = 0 ,\\
&\frac{\partial}{\partial x_4} M^*_{12} + \frac{\partial}{\partial x_1} M^*_{24} + \frac{\partial}{\partial x_2} M^*_{41} = 0 ,\\
&\frac{\partial}{\partial x_1} M^*_{23} + \frac{\partial}{\partial x_2} M^*_{31} + \frac{\partial}{\partial x_3} M^*_{12} = 0 .
\end{aligned}\right. \tag{15}$$

Ces M^*_{ij} existent évidemment; ils sont de la forme

$$M^*_{ij} = \frac{\partial \Phi_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \Phi_j}{\partial x_i} ,$$

les Φ_i étant dits *potentiels électromagnétiques.*

Les équations (15) constituent *le second groupe des équations de Maxwell-Lorentz généralisées.* Elles expriment que $M^*_{ij}\, dx_i\, dx_j$ est une différentielle *exacte* dans E_4.

IV. — Champ de Maxwell-Lorentz.

Imaginons que l'on réduise la généralité précédente en posant

$$\begin{aligned}
&M_{12} = \mathbf{d}_z , && M_{14} = -c\mathbf{h}_x ; && M^*_{12} = \mathbf{h}_z , && M^*_{14} = c\mathbf{d}_x ,\\
&M_{23} = \mathbf{d}_x , && M_{24} = -c\mathbf{h}_y ; && M^*_{23} = \mathbf{h}_x , && M^*_{24} = c\mathbf{d}_y ,\\
&M_{31} = \mathbf{d}_y , && M_{34} = -c\mathbf{h}_z ; && M^*_{31} = \mathbf{h}_y , && M^*_{34} = c\mathbf{d}_z .
\end{aligned}$$

Alors, en écrivant x, y, z ,t pour x_1, x_2, x_3, x_4, et c étant une constante, les équations (14) deviennent

$$\left\{\begin{aligned}
&\frac{\partial \mathbf{h}_z}{\partial y} - \frac{\partial \mathbf{h}_y}{\partial z} = \frac{1}{c}\left(\rho \mathbf{V}_x + \frac{\partial \mathbf{d}_x}{\partial t}\right) ,\\
&\frac{\partial \mathbf{h}_x}{\partial z} - \frac{\partial \mathbf{h}_z}{\partial x} = \frac{1}{c}\left(\rho \mathbf{V}_y + \frac{\partial \mathbf{d}_y}{\partial t}\right) ,\\
&\frac{\partial \mathbf{h}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{h}_x}{\partial y} = \frac{1}{c}\left(\rho \mathbf{V}_z + \frac{\partial \mathbf{d}_z}{\partial t}\right) ,\\
&\frac{\partial \mathbf{d}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{d}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{d}_z}{\partial z} = \rho .
\end{aligned}\right. \tag{16}$$