

<b>Zeitschrift:</b>	L'Enseignement Mathématique
<b>Herausgeber:</b>	Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
<b>Band:</b>	22 (1921-1922)
<b>Heft:</b>	1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE
 <b>Artikel:</b>	APPLICATIONS GÉOMÉTRIQUES DE LA CRISTALLOGRAPHIE
<b>Autor:</b>	Winants, Marcel
<b>Kapitel:</b>	§ 1. — Etude sommaire de deux quartiques planes.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-515738">https://doi.org/10.5169/seals-515738</a>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 20.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

APPLICATIONS GÉOMÉTRIQUES  
DE LA  
CRISTALLOGRAPHIE<sup>1</sup>

PAR  
Marcel WINANTS (Liége).

CHAPITRE II.

**Etude succincte d'une surface cubique à quatorze ombilics  
et d'une surface quadratique.**

§ 1. — **Etude sommaire de deux quartiques planes.**

48. — Sauf expresse indication du contraire, les axes coordonnés formeront des angles droits.

Soit d'abord la courbe:

$$x^4 + y^4 = a^4.$$

Elle admet un centre à l'origine. Les axes coordonnés et les bissectrices de leurs angles sont quatre axes de symétrie. Il existe un  $\Lambda^4$  perpendiculaire au plan de la courbe.

La courbe est extérieure au cercle  $X^2 + Y^2 = a^2$ , sauf qu'elle le touche aux points où elle rencontre les axes coordonnés. En effet, on a:

$$(x^2 + y^2)^2 \geq x^4 + y^4 = (X^2 + Y^2)^2.$$

49. — Appelons  $\delta$  la distance de l'origine au point  $(x, y)$  de la courbe:

$$\delta^2 = x^2 + y^2, \quad \delta^4 = a^4 + 2x^2y^2;$$

$\delta$  sera maximum pour  $x = \pm y$ .

---

<sup>1</sup> Voir l'*Enseign. mathém.*, t. XXII, nos 1-2, p. 5-29.

50. — Nous allons étudier la courbure de cette quartique. Deux dérivations successives de son équation conduisent à:

$$x^3 + y^3 y' = 0, \quad 3x^2 + 3y^2 y'^2 + y^3 y'' = 0.$$

On en tire:

$$y' = -\frac{x^3}{y^3}, \quad y'' = -\frac{3a^4 x^2}{y^7}.$$

La courbe tourne sa concavité vers le bas ou vers le haut suivant que l'ordonnée est positive ou négative. Ensuite, on a:

$$1 + y'^2 = \frac{x^6 + y^6}{y^6};$$

le rayon de courbure est donc égal à:

$$\rho = \pm \frac{(1 + y'^2)^{\frac{3}{2}}}{y''} = \frac{(x^6 + y^6)^{\frac{3}{2}}}{3a^4 x^2 y^2}.$$

En annulant l'abscisse ou l'ordonnée, (elles ne peuvent d'ailleurs pas s'annuler en même temps), on trouve:

$$\rho = \infty.$$

Le quartique a donc quatre points d'ondulation. De l'équation même de la courbe, il résulte d'ailleurs qu'elle est rencontrée par chacune des droites  $y = \pm a$ ,  $x = \pm a$ , en quatre points confondus.

51. — La quartique précédente a la symétrie d'un carré.

52. — Passons à la quartique:  $\frac{x^4}{a^4} + \frac{y^4}{b^4} = 1$ . On raisonnera comme pour la précédente. Elle est extérieure à l'ellipse:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , sauf qu'elle la touche aux points où elle rencontre les axes coordonnés. Ces quatre sommets sont des points d'ondulation.

53. — Cette quartique possède, comme l'ellipse, la symétrie d'un rectangle. Les deux courbes admettent tous les éléments de symétrie du système orthorhombique. Le plan d'une courbe plane peut être envisagé comme un plan de symétrie de la figure.