

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 22 (1921-1922)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: Harold Hilton. — Plane algebraic Curves. — 1 vol. de XVI-388 p.
avec nombreuses figures. Oxford, at the Clarendon Press, 1920.

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 20.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

non de transformer l'équation en un type maniable soit algébriquement soit par le moyen des transcendantes de la théorie des fonctions elliptiques. Pour ne citer que les noms français, rappelons que la question a été également travaillée par Laguerre, par MM. P. Appell, E. Picard, Ed. Goursat. Elle est trop fameuse pour que nous ayons à insister.

La classification des courbes gauches algébriques est encore une question que personne n'avait jamais traitée avec la magistrale puissance qu'y révèla Halphen. Elle est inépuisable et alimente des travaux récents; là encore, la première chose à conseiller aux jeunes chercheurs est de revenir à Halphen même. On sait combien le sujet est fuyant. Déjà pour les courbes du quatrième degré, cette notion de degré ne suffit plus; les quartiques gauches se scindent en deux types essentiellement distincts d'après le nombre des points doubles apparents. Au neuvième degré les deux notions deviennent insuffisantes à leur tour et il faut faire intervenir des propriétés de cordes et ainsi de suite. Les entiers que l'on introduit, concurremment avec le degré, sont liés par de curieuses relations arithmétiques dont il serait imprudent de juger du sens sur des cas trop réduits; leur illustre auteur crut nécessaire de s'expliquer en traitant de la classification des courbes de degré 120.

Rappelons encore que la méthode algébrique fondamentale consiste à faire usage de la représentation

$$\varphi(x, y) = 0, \quad z\gamma(x, y) = \psi(x, y).$$

Ainsi toute courbe gauche est l'intersection d'un cylindre et d'une *monoïde* de Cayley. La science actuelle n'a pas trouvé mieux et l'on peut remarquer que ces dernières équations ne manquent point d'analogie formelle avec celles de la substitution qui, dans le mémoire précédent, transformait les équations différentielles linéaires. C'est toujours le génie qui, malgré la diversité de ses aboutissements, révèle sa présence sous des aspects simples et immuables; nous sommes même tenté de dire sous des aspects « invariants ».

A. BUHL (Toulouse).

HAROLD HILTON. — **Plane algebraic Curves.** — 1 vol. de XVI-388 p. avec nombreuses figures. Oxford, at the Clarendon Press, 1920.

Ceci est un volume extrêmement remarquable, que l'auteur s'est proposé d'écrire pour compléter l'œuvre analogue de Salmon. On connaît assez l'excellence de cette dernière, mais les progrès de la Science commencent à la faire vieillir.

M. Harold Hilton est d'ailleurs fort conscientieux; sa préface nous confie quelques craintes, par exemple celle de s'attirer le reproche de ne traiter, dans un si vaste sujet, que les points l'intéressant personnellement. Qu'il se rassure! Les lecteurs discerneront rapidement les remarquables innovations dues à ses travaux personnels et le tact avec lequel il a dirigé ses emprunts aux productions d'autrui.

Je n'essaierai pas d'une analyse détaillée se poursuivant de manière logique; elle risquerait d'être presque aussi longue que le livre. Mais que de glanes merveilleuses il y a à faire.

A la page 10 et dans la moitié de cette page, il nous est démontré que deux courbes d'ordres N et n se coupent en Nn points! Il suffit de considérer le faisceau défini par l'origine et les points d'intersection. Il dépend

d'un éliminant, en forme de déterminant, dont le degré est immédiatement visible !

Si l'on compare avec les interminables mémoires écrits jadis sur cette question on conviendra que le présent livre débute par de bonnes impressions. La construction des courbes est enrichie de nombreux exemples; les foyers et les points singuliers sont classés d'une manière systématique. Sous le nom de *branches superlinéaires*, nous étudions celles qu'on peut atteindre, en partant d'un point de la courbe pris pour origine, au moyen d'un développement de y suivant les puissances fractionnaires de x . Faut-il rappeler l'usage de tels développements quant à la distinction des branches d'une fonction algébrique.

Les polaires d'ordre *quelconque* sont immédiatement définies et conduisent aux courbes associées (hessienne, steinérienne, cayleyenne, jacobienne, etc.); toutes aident à la recherche des singularités de la courbe primitive ou sont des lieux de singularités de ses polaires: elles trahissent, des unes aux autres, des singularités qu'il serait fort difficile d'apercevoir sur une courbe isolée! Aux nombres de Plücker est joint le genre (*deficiency*) si bien qu'après les unicurales nous étudions tout naturellement les courbes de genres 1 et 2 avec les fonctions elliptiques associées au genre 1.

M. P. Appell a écrit quelque part qu'il ne fallait pas creuser à l'envie la géométrie des courbes algébriques sans montrer les relations de la chose avec la théorie des fonctions elliptiques et abéliennes. M. H. Hilton semble s'être très heureusement inspiré de la même idée.

Sous le nom de *courbes dérivées*, voici les développées, les courbes inverses, les podaires, les orthoptiques, les cisoïdes, conchoïdes, parallèles et autres types. L'intérêt ici consiste surtout en la *dérivation* des singularités qui se produit quand on passe de la courbe primitive à la courbe dérivée.

A propos de l'intersection de deux courbes, je signale la théorie des *points résiduels*, peu connue en France. Il s'agit d'égaler un polynome f à $A\varphi + B\psi$ mais ceci peut se faire sous une forme particulièrement symétrique en adjoignant un sixième polynome d'où six courbes dont les intersections se peuvent figurer conventionnellement, sur les faces et les arêtes d'un cube, par groupe *corésiduels* entre lesquels existent des lois de symétrie que la construction spatiale indiquée rend intuitives.

Les généralités jusqu'ici exposées occupent exactement 200 pages. Voici maintenant des études extrêmement intéressantes des cubiques. Leur représentation paramétrique est étudiée aussi bien avec les fonctions elliptiques de Jacobi qu'avec celles de Weierstrass. L'auteur évite de tracer des courbes canoniques particulièrement symétriques; que de tracés simples et bizarres nous sont ainsi révélés notamment avec les quartiques unicursales à trois nœuds réels. D'ailleurs la classification des quartiques est tout simplement merveilleuse; toutes les singularités y défilent. Quant aux quartiques absolument générales, ce sont leurs 28 tangentes doubles qui servent de point de départ. Elles donnent des groupes *syzygétiques* ou *asyzygétiques* suivant que les points de contact sont ou non sur des coniques. Nous retrouvons ici des questions qui étaient chères au regretté Humbert et, d'autre part, les complexes de Steiner formés de tangentes syzygétiques.

On sait aussi que l'algèbre des 28 droites précédentes est analogue à celle des 27 qu'on peut placer sur une *surface cubique*. Le rapprochement est élégamment étudié.

Les deux derniers chapitres se rapportent aux singularités *réelles*, avec

d'élégants théorèmes de Klein et Hilbert, ainsi qu'à de nouvelles correspondances interprétables sur surfaces algébriques. Hors du texte courant se trouvent partout d'innombrables problèmes souvent pourvus de brèves explications. L'ouvrage est d'une haute valeur éducative et esthétique.

A. BUHL (Toulouse).

H. A. LORENTZ; A. EINSTEIN; H. MINKOWSKI. — **Das Relativitätsprinzip.** Eine Sammlung von Abhandlungen. Mit Anmerkungen von A. SOMMERFELD und Vorwort von O. BLUMENTHAL. Dritte, verbesserte Auflage. — 1 vol. in-8°, 146 p.; B. G. Teubner, Leipzig.

Il nous suffira de signaler brièvement cette nouvelle édition du petit volume renfermant les Mémoires fondamentaux de MM. Lorentz, Einstein et Minkowski sur la théorie de la relativité. Tous ceux qui désirent approfondir cette théorie tiendront à avoir constamment sous la main les travaux originaux qui ont servi de point de départ aux nombreuses recherches d'ordre mathématique ou physique.

Le célèbre Mémoire de Minkowski „Raum und Zeit“ est suivi d'une intéressante note de M. Sommerfeld contenant une série d'annotations et d'utiles remarques sur ce mémoire.

La 3^e édition a été augmentée des mémoires récents de M. Einstein sur la théorie générale de la relativité.

H. F.

Michel PÉTROVITCH. — **Mécanismes communs aux phénomènes disparates.** — 1 vol. in-16 de 280 pages; 8 fr.; F. Alcan, Paris, 1921.

Le sujet n'est pas nouveau pour qui connaît les préoccupations de M. Michel Petrovitch, de l'Université de Belgrade. L'éminent professeur nous avait déjà donné une « Mécanique des phénomènes fondée sur les analogies » publiée, en 1906, avec tout l'appareil mathématique nécessaire, dans la *Collection Scientia*. M. R. Marcolongo a analysé ce petit livre ici-même (t. IX, 1907, p. 78).

Aujourd'hui les mêmes et ingénieuses idées reviennent au jour, en langage ordinaire, dans la *Nouvelle Collection scientifique* dirigée par M.-E. Borel.

Et le langage ordinaire, dans un tel sujet, n'est pas moins expressif que le langage mathématique, puisqu'on parle couramment d'un « accord » sentimental, d'une « inharmonie » entre caractères et que le gros bon sens populaire a même toute une provision de mots variés pour assimiler à des milieux visqueux l'ensemble des difficultés qui éteignent tant d'énergies.

Des phénomènes mécaniques à schèmes analogues, l'auteur passe, en effet, non seulement aux phénomènes physico-chimiques, mais aux phénomènes biologiques, normaux ou pathologiques, et, de même, aux phénomènes sociaux, économiques et moraux.

Il y a longtemps, à coup sûr, que savants et philosophes ont été hantés, par l'idée de telles généralisations. La première difficulté est d'avoir, à l'appui de celles-ci, un nombre suffisant de faits; or le livre de M. Petrovitch est extrêmement riche à cet égard et témoigne d'un esprit d'observation auquel on ne peut adresser le fréquent reproche d'être localisé sur un trop petit nombre de points. S'il ne donne une science nouvelle, il montrera tout au moins que la science ordinaire est d'une plasticité bien plus grande qu'on ne le croit communément.

A. BUHL (Toulouse).