

Sur le théorème de la progression arithmétique de Dirichlet

Autor(en): **Bedarida, Marius**

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **22 (1921-1922)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

Sur le théorème de la progression arithmétique de Dirichlet

A propos d'une communication de M. Léon Aubry.

par M. Marius BEDARIDA (Gênes).

Dans une Note ¹ présentée au Congrès de l'Association française pour l'avancement des sciences (Strasbourg, juillet 1920), M. Léon AUBRY croit constater une erreur dans la démonstration que donne Dirichlet du théorème suivant: « Toute progression arithmétique dont le premier terme et la raison sont premiers entre eux, contient une infinité de nombres premiers. »

Or, les considérations sur lesquelles M. Aubry base sa remarque, ne sont pas justes.

Dirichlet établit l'égalité fondamentale (*Jour. de Liouville*, t. 4, 1839, p. 396):

$$\prod \frac{1}{1 - \omega^{\gamma} \frac{1}{q^s}} = \sum \omega^{\gamma} \frac{1}{n^s} = L, \quad (1)$$

dans l'hypothèse $s > 1$. Par cette égalité, avec des raisonnements rigoureux, toujours dans l'hypothèse $s > 1$, il déduit (p. 411, où $s = 1 + \rho$, $\rho > 0$)

$$\begin{aligned} & \sum \frac{1}{q^{1+\rho}} + \frac{1}{2} \sum \frac{1}{q^{2+2\rho}} + \frac{1}{3} \sum \frac{1}{q^{3+3\rho}} + \dots \\ &= \frac{1}{p-1} [\log L_0 + \Omega^{-\gamma_m} \log L_1 + \Omega^{-2\gamma_m} \log L_2 + \dots \Omega^{-(p-2)\gamma_m} \log L_{p-2}]. \end{aligned} \quad (2)$$

Ici Dirichlet passe à la limite pour $\rho = 0$. Après ce raisonnement on a le théorème.

La valeur de s dont M. L. Aubry parle, sans préciser, est $s = 1$,

¹ Voir le résumé reproduit dans *l'Ens. math.*, t. XXI, nos 3-4, p. 211.

c'est-à-dire $\rho = 0$. Maintenant dans l'expression (2), démontrée pour $\rho > 0$, passant à la limite pour $\rho = 0$, tous les termes doivent être étudiés séparément, et après les conclusions qui s'y rattachent, on ne doit plus penser à la relation (1) et à celle dont elle a été déduite, toujours dans l'hypothèse $s > 1$. De plus il faut observer que Dirichlet démontre, et n'admet pas, comme dit M. Aubry, que $\lim_{s=1} \log L_0 = +\infty$ (p. 598, § II).

L'objection de M. L. Aubry, qui consiste dans l'examen des relations dont on déduit (2), pour $s = 1$, n'est pas compatible avec les considérations du passage à la limite, qui suivent ces relations.

Gênes, le 27 juillet 1921.

CHRONIQUE

Académie des Sciences de Paris. — Prix décernés.

Mathématiques. — Prix Francœur (1000 fr.), M. René BAIRE, professeur à la Faculté de Dijon.

Mécanique. — Prix Montyon (700 fr.), M. E. FOUCHÉ. — Prix Poncelet (2000 fr.), M. JOUGUET, professeur à l'École des Mines. — Prix Boileau (1300 fr.), M. MAILLET, professeur à l'École des Ponts et Chaussées.

Astronomie. — Prix Lalande (540 fr.), M. P. STROBANT, directeur adjoint de l'Observatoire de Belgique. — Prix Valz (460 fr.), M. TROUSSET, astronome à l'Observatoire de Bordeaux. — Prix G. de Pontécoulant (700 fr.), M. CROMMELIN, astronome à l'Observatoire de Greenwich.

Prix généraux. — Prix Petit d'Ormoy, sciences mathématiques (10.000 fr.). Le prix est décerné à feu Georges HUMBERT, membre de l'Académie, pour l'ensemble de ses travaux. — Prix Saintour (3000 fr.), M. Pierre BOUTROUX, professeur au Collège de France, pour ses travaux sur la théorie des équations différentielles et ses études sur l'histoire de la philosophie des Sciences.

Fonds de recherches scientifiques. — Fondation Henri Becquerel (prix de 3000 fr.), M. Camille FLAMMARION, directeur de l'Observatoire de Juvisy, pour l'ensemble de son œuvre scientifique.