

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 22 (1921-1922)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: DÉMONSTRATION D'UN THÉORÈME DE MORLEY
Autor: Niewenglowski, B.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-515746>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 22.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

DÉMONSTRATION D'UN THÉORÈME DE MORLEY

PAR

B. NIEWENGLOWSKI (Paris).

Je rappellerai, en premier lieu, les propositions suivantes:

1^o Soit I le centre du cercle inscrit au triangle ABC.

En appelant A, B, C les angles de ce triangle, on a

$$\widehat{BIC} = A + \frac{B}{2} + \frac{C}{2} = 90^\circ + \frac{A}{2}.$$

2^o Réciproquement, si le point I est, à l'intérieur du triangle ABC et sur la bissectrice de l'angle A et si, en outre,

$$\widehat{BIC} = 90^\circ + \frac{A}{2}$$

le point I est le centre du cercle inscrit au triangle ABC.

Pareillement:

$$\widehat{AIC} = 90^\circ + \frac{B}{2},$$

$$\widehat{AIB} = 90^\circ + \frac{C}{2}$$

donc la perpendiculaire MN
menée à AI par le centre I,
fait avec IC et IB les angles

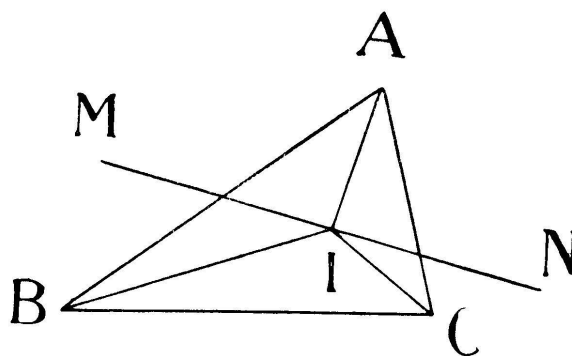


Fig. 1.

$$\widehat{CIN} = \frac{B}{2}, \quad \widehat{BIM} = \frac{C}{2}$$

3^o Supposons toujours que AI soit la bissectrice de l'angle A et posons $\widehat{ABI} = \beta$, $\widehat{IBC} = \beta'$; $\widehat{ACI} = \gamma$, $\widehat{ICB} = \gamma'$. Je dis

que si l'on a :

$$\widehat{\text{CIN}} = \beta \quad \text{et} \quad \widehat{\text{BIM}} = \gamma$$

I est le centre du cercle inscrit au triangle ABC.

En effet, les sommes $\beta + \gamma$ et $\beta' + \gamma'$ ayant, l'une et l'autre $\widehat{\text{BIC}}$ pour supplément, sont égales. On peut donc écrire

$$\beta + \gamma = \beta' + \gamma' = \frac{B + C}{2}$$

d'où il résulte que

$$\widehat{\text{BIC}} = A + \beta + \gamma = A + \frac{B + C}{2} = 90^\circ + \frac{A}{2}$$

ce qui démontre la proposition.

Cela posé, soient D, E, F les milieux des côtés d'un triangle équilatéral HKL. Soient α, β, γ trois angles dont la somme $\alpha + \beta + \gamma = 60^\circ$. A l'intérieur du triangle HEF, construisons le triangle isocèle EFD' de façon que les angles $\widehat{\text{HED}}' = \widehat{\text{HFD}}' = \alpha$; pareillement, traçons les triangles isocèles DFE' et DEF' tels que $\widehat{\text{KFE}}' = \widehat{\text{KDE}}' = \beta$; $\widehat{\text{LDF}}' = \widehat{\text{LEF}}' = \gamma$.

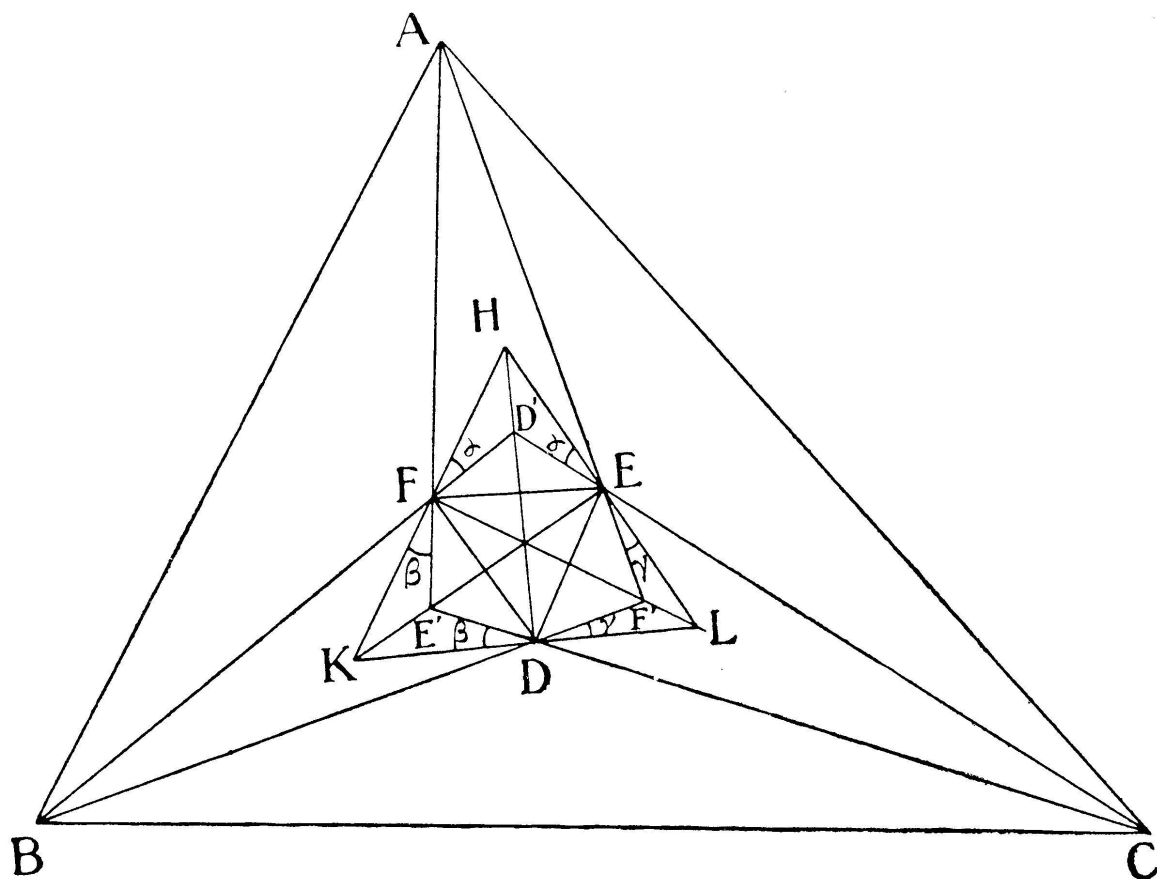


Fig. 2.

Appelons A le point de rencontre des droites $E'F$, $F'E$. Dans le triangle AEF, les angles adjacents au côté EF valant $60^\circ + \beta$ et $60^\circ + \gamma$, le troisième angle vaut α . Pareillement, si B est le point de rencontre des droites $D'F$, $F'D$ et C celui des droites $D'E$, $E'D$, on voit que $\widehat{DBF} = \beta$, $\widehat{DCF} = \gamma$.

Remarquons maintenant que la droite DH passe par D' et n'est autre que la bissectrice de l'angle $BD'C$, puisqu'elle est perpendiculaire au milieu de EF.

D'autre part $\widehat{LDC} = \beta$, $\widehat{KDB} = \gamma$; donc, d'après le lemme rapporté plus haut (3°), D est le centre du cercle inscrit au triangle BCD' . On verra de même que E est le centre du cercle inscrit au triangle ACE' et F le centre du cercle inscrit au triangle ABF' . On en conclut que les angles A, B, C du triangle ABC valent 3α , 3β , 3γ respectivement. Les droites AE, AF partagent l'angle A en trois parties égales, de même BD, BF pour l'angle B et CD, CE pour l'angle C. On a ainsi démontré le théorème de Morley:

On partage chaque angle d'un triangle ABC en trois parties égales par les droites AE, AF; BD, BF; CD, CE qu'on peut appeler trisectrices. Les trisectrices BD, CD voisines du côté BC se rencontrent en D; les trisectrices CE, AE voisines du côté CA se coupent en E et enfin les trisectrices voisines du côté AB se coupent en F.

Le triangle D E F est équilatéral.

