§ 2. — Symétrie du tétraèdre régulier.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **22 (1921-1922)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.09.2024**

gion A (2). On a vu (10) que les trois valeurs de α ont le signe de m.

On fera le même raisonnement pour les deux autres bissectrices. Ainsi la cubique possède un ovale, intérieur au triangle asymptotique (8). Cet ovale est très différent d'une ellipse: il admet la symétrie du triangle équilatéral, Λ^3, $3\Lambda^2$.

La cubique bipartite a neuf sommets. Nous appellerons sommet tout point où la courbe est rencontrée par l'un de ses axes de symétrie.

13. — Nous proposons d'appeler *tricentre* le point où le plan d'une courbe est rencontré par un axe de symétrie ternaire.

Quand une courbe plane possède un tricentre, elle est représentable, en coordonnées trilinéaires absolues, par une équation symétrique. On doit prendre, comme figure de référence, un triangle équilatéral dont les médianes concourent au tricentre.

Nous croyons pouvoir affirmer que l'étude de la courbe sera beaucoup plus simple en coordonnées trilinéaires qu'en coordonnées cartésiennes. A propos de chaque problème particulier, la symétrie cristallographique d'une figure suggérera les coordonnées dont on doit se servir.

§ 2. — **Symétrie du tétraèdre régulier.**

14. — Soit ABCD un tétraèdre régulier. Ce polyèdre n'admet aucun centre. La perpendiculaire AH, abaissée d'un sommet sur la face opposée, est un axe ternaire, car, si l'on fait tourner le solide, autour de cette droite, d'un tiers de tour, il y a restitution (2). Par chaque sommet, passe un Λ^3; il y a donc $4\Lambda^3$.

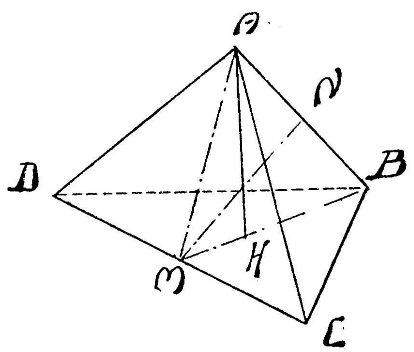

Fig. 2.

La droite MN, qui joint les milieux de deux arêtes opposées, est un axe de symétrie binaire. Donc $3\Lambda^2$.

Les sept axes de symétrie se coupent au centre de gravité du tétraèdre.

Le plan ABM, qui contient une arête et le milieu de l'arête opposée, est un plan de symétrie. Chaque arête détermine un pareil plan P. Donc 6 P.

15. — On appelle *symbole de symétrie* d'un polyèdre, un tableau comprenant l'indication de tous ses éléments de symétrie.

16. — Le symbole de symétrie du tétraèdre régulier est donc:

$$4\Lambda^3\ ,\quad 3\Lambda^2\ ,\quad 6P\ .$$

§ 3. — Forme générale de la surface. — Ombilics.

17. — Nous allons étudier le lieu géométrique des points dont les distances à trois plans fixes rectangulaires ont un produit constant. C'est une surface ayant pour équation:

$$xyz = p^3\ .$$

Nous pouvons supposer $p > 0$, car, si p était < 0, on changerait le sens de l'un des axes.

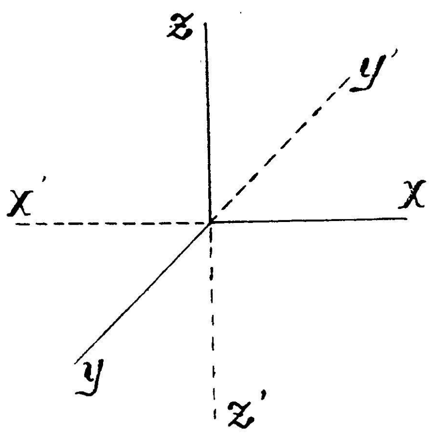

Fig. 3.

La surface ne rencontre ni les axes ni les plans coordonnés, à distance finie. Elle ne pénètre dans aucun des trièdres suivants: $x'yz$, $xy'z$, xyz', $x'y'z'$, dans chacun desquels le produit des coordonnées est négatif.

On peut immédiatement trouver quatre points de la surface: $(+p, +p, +p)$; $(+p, -p, -p)$; $(-p, +p, -p)$; $(-p, -p, +p)$. Ce sont les quatre points A, B, C, D, sommets d'un tétraèdre régulier, dont le centre de gravité se trouve à l'origine des coordonnées.

La surface $x\,y\,z = p^3$ se compose donc de quatre nappes indéfinies, asymptotes aux plans coordonnés.

Son équation ne change pas quand on remplace $x\,y\,z$ par $y\,x\,z$, $z\,y\,x$, $x\,z\,y$, $\overline{x}\,\overline{y}\,z$, $\overline{x}\,y\,\overline{z}$, etc. La surface admet six plans de symétrie, qui sont les mêmes que ceux du tétraèdre ABCD.

On démontre, en cristallographie, que l'intersection de n plans de symétrie est un Λ^n. Il en résulte que la surface, dont nous