Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 21 (1920-1921)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Kapitel: travaux de la Section de Mathématiques et d'Astronomie de l'Association française pour l'Avancement des Sciences.

tion des nouveaux statuts internationaux, en adressant en son nom des remerciements à tous ceux qui ont contribué à l'éclat du Congrès de Strasbourg. »

Les travaux de la Section de Mathématiques et d'Astronomie de l'Association française pour l'Avancement des Sciences.

Congrès de Strasbourg, 26-28 juillet 1920.

Les travaux de la Section de Mathématiques, Astronomie, Géodésie, Mécanique, ont été organisés par le président, M. Esclangon, directeur de l'Observatoire, et le secrétaire, M. A. Gérardin, de Nancy. Voici un bref résumé des séances et des 23 communications :

M. Esclangon souhaite la bienvenue aux congressistes et rappelle brièvement la vie des mathématiciens décédés depuis la guerre.

1. — M. A. Véronnet, de Strasbourg, présente un mémoire *Sur la constitution, la formation et l'évolution des astres.* — Les astronomes avaient appliqué jusqu'à présent au Soleil et aux étoiles la formule des gaz parfaits, ou la loi de Mariotte, formule trop simple, inapplicable aux hautes pressions. M. Véronnet a utilisé la formule plus complète des gaz réels. Il démontre qu'au-dessous de l'atmosphère visible il se produit brusquement un accroissement de densité, ce qui forme un véritable noyau, sensiblement homogène, qui se comporte comme un liquide et dont la température ne dépasse pas le triple de la température superficielle. L'application des lois de l'énergie et du rayonnement au Soleil ainsi constitué, permet de déterminer le temps et la température de sa formation et de son évolution, ainsi que l'évolution correspondante de la Terre.

2 et 3. — M. Navelle présente deux études : *Considérations sur les Sciences dites subjectives*, et *Sur l'esprit de Système.*

4. — M. Véronnet présente une note de M. Fréchet, de Strasbourg, *Sur une nouvelle extension du théorème de Borel-Lebesgue.* — Le théorème de Borel-Lebesgue relatif aux ensembles linéaires avait été étendu dans ma thèse aux classes (D). M. R.-L. Moore l'a ensuite généralisé pour la classe (φ). M. Fréchet l'étend dans sa note aux classes plus grandes encore qu'il a appelées ailleurs classes (H).

5. — M. A. Gérardin présente une communication de M. Ernest Lebon, de Paris, *Sur la Table des caractéristiques*, en rappelant

ses beaux travaux précédents sur le même sujet. — « Dans une Note que j'ai présentée à l'Académie des Sciences, le 6 mars 1916, (*Comptes rendus*, t. 164, p. 482), j'ai montré que, si la formule

$$K = I'\varkappa + k$$

donne une valeur de K supérieure à 30 029, on applique, lorsqu'on n'a pas la Table des Caractéristiques $K > 30\,029$, le théorème suivant :

« Ayant un nombre $BK + 1$, K étant compris entre B et B^2, lorsque le quotient q et le reste r, obtenus en divisant K par B, sont tels que q puisse se décomposer en deux facteurs K_1 et K_2 dont la somme égale r, le nombre $BK + 1$ est le produit de deux nombres $BK_1 + 1$ et $BK_2 + 1$ de la Table des Caractéristiques $K < 30\,030$.

« Dans la Note que je rédigerai, je montrerai comment on trouve les couples de caractéristiques K_1 et K_2 où $K_1 . K_2 = q$ et $K_1 + K_2 = r$. »

6. — De M. R. Goormaghtigh, de la Louvière (Belgique) : *Sur une nouvelle direction fixe associée aux hélices cylindriques.* — Soit une hélice de cylindre caractérisée par la relation $\tau = a\varrho$ entre ses rayons ϱ et τ de courbure et de torsion ; on peut lui associer une première direction fixe remarquable, celle des génératrices du cylindre. Mais il existe une autre direction remarquable, associée à l'hélice, et sur laquelle on n'a pas — croyons-nous — attiré jusqu'ici l'attention. On a, en effet, le théorème suivant :

Etant donnée une hélice, il existe une direction fixe parallèlement à laquelle on peut mener, à partir de chaque point de la courbe, un segment égal à l'arc en ce point, et telle que le lieu des extrémités de ces segments soit une courbe plane.

Si l'on pose

$$\varphi = \frac{\sqrt{a^2+1}}{a} \int_0^s \frac{ds}{\rho},$$

les cosinus directeurs de cette direction par rapport à la tangente, la binormale et la normale principale en un point de la courbe, caractérisé par la valeur s de l'arc, sont

$$\alpha = \frac{a^2 \sin\varphi - 1}{a^2+1}, \qquad \beta = \frac{a(\sin\varphi + 1)}{a^2+1}, \qquad \gamma = \frac{a\cos\varphi}{\sqrt{a^2+1}}.$$

7. — De M. R. Goormaghtigh, *Sur la courbure des courbes exponentielles triangulaires.* — Dans un système de coordonnées

triangulaires projectives ξ_1, ξ_2, ξ_3, dont Ω est le pôle (1, 1, 1), nous considérons la courbe

$$\alpha_1 e^{n\xi_1} + \alpha_2 e^{n\xi_2} + \alpha_3 e^{n\xi_3} = 0 \ ;$$

α_1, α_2, α_3 désignent des constantes, n est l'*indice* de la courbe, et e la base des logarithmes népériens.

On montre d'abord aisément que toutes les courbes correspondant à un même indice n et à des valeurs différentes de α_1, α_2. α_3 peuvent s'obtenir par la translation d'une même courbe.

La propriété remarquable de la courbure est la suivante :

La courbure d'une courbe exponentielle triangulaire en l'un quelconque de ses points vaut n *fois celle de la conique, conjuguée au triangle, qui passe par le pôle* Ω *et y a sa tangente parallèle à celle de la courbe exponentielle au point considéré.*

On déduit de là que *la radiale d'une courbe exponentielle triangulaire est une cubique* et, qu'en particulier, *la trisectrice de G. de Longchamps est la radiale de la courbe représentée, dans un triangle de référence équilatéral, par l'équation barycentrique*

$$e^{\mu_1} + e^{\mu_2} + e^{\mu_3} = 0 \ .$$

8. — M. A. Gérardin présente ensuite un mémoire de M. Léon Aubry, de Jouy-les-Reims, *Sur une erreur de Dirichlet. Son théorème sur la progression arithmétique n'est pas démontré.* — Ce théorème : «Toute progression arithmétique dont le 1er terme et la raison sont premiers entre eux, contient une infinité de nombres premiers» se trouve *Journal de Liouville,* t. 4, 1839, p. 393-422. Dirichlet prouve bien d'abord que pour $s > 1$ et seulement > 1, à cause de la convergence de la série

$$\zeta(s) = \frac{1}{1^s} + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \dots + \frac{1}{h^s} + \dots$$

on a l'équation

$$\Pi \frac{1}{1 - \omega^\gamma \frac{1}{q^s}} = \Sigma \omega^\gamma \frac{1}{n^s} = \mathrm{L} \qquad (1)$$

mais ensuite il admet (loc. cit., p. 408 et 411) que pour la valeur de s choisie dans sa démonstration on a log. $\mathrm{L}_0 = \infty$; or si l'on a log. $\mathrm{L}_0 = \infty$, on a à beaucoup plus forte raison $\mathrm{L}_0 = \infty$ et comme par construction $\mathrm{L}_0 < \zeta(s)$, on a encore à plus forte raison la série $\zeta(s) = \infty$ et non convergente pour cette valeur de s; donc, la démonstration de (1), basée sur la convergence de $\zeta(s)$ ne s'applique pas pour cette valeur de s et n'est pas concluante.

9, 10, 11. — M. A. Gérardin, de Nancy, présente trois Notes : *Résultats acquis depuis 1912 avec les machines à congruences A. Gérardin. Modèle de démonstration.* — Un très grand nombre de problèmes d'arithmétique supérieure sont résolus par la solution en nombres entiers d'équations de la forme

$$ax^2 + bx + c = y^2 .$$

J'ai fait, à propos de mes machines, diverses communications importantes aux divers congrès précédents, français et étrangers. J'ai donné la théorie complète dès 1906, et ensuite la pratique à l'aide de mes machines à congruences, fonctionnant depuis les premiers mois de 1912 (les premières tant en France qu'à l'étranger).

Basées sur une mosaïque théorique et pratique très simple, la solution est acquise, automatiquement, par une colonne entièrement blanche, dès que toutes les conditions sont réalisées. Elles travaillent à raison de 200 résidus par seconde, et l'une d'entre elles fournit la liste indéfinie des nombres premiers.

Résultats acquis : Plus de six mille équations étudiées et complètement résolues, etc.

Un congressiste propose $3x^2 - 7x - 2 = y^2$. La mosaïque immédiatement établie donne les solutions

$$x = 3,\ 6,\ 22,\ 67,\ 291,\ 918,\ \ldots$$

$$y = 2,\ 8,\ 36,\ 114,\ 502,\ 1588,\ \ldots$$

que l'on obtient aussi en partant de la solution initiale $-x = \frac{1}{2}$ et utilisant la méthode universelle de l'auteur.

Méthode inédite de découverte des facteurs d'un nombre composé de grandeur quelconque. Exemples simples. — Comme suite aux remarquables travaux d'Ed. Lucas sur la « primalité », j'ai trouvé une méthode pour la « factorisation ». Elle ouvre des aperçus si nouveaux sur les procédés à employer pour trouver rapidement les facteurs de nombres de certaines formes, par exemple, qu'on ne pourra se rendre compte que plus tard du nombre des théorèmes ainsi découverts. Il y a des questions de limite.

La forme $M = 2a^2 - 1$ ne donne que des nombres composés pour $a = 9$, 89, 881, etc. ; les M et les a me sont donnés par des séries récurrentes faciles, les facteurs se lisent immédiatement. La méthode donne au premier essai l'identité des nombres d'Euler, Aurifeuille, Sophie Germain et d'innombrables et curieuses séries dont les premiers éléments peuvent être fournis par les machines à congruences de l'auteur.

Méthode inédite donnant la solution minima de $x^2 - Ay^2 = +1$, *et équations analogues.* — J'ai annoncé en 1917 cette méthode dans l'*Enseignement mathématique* et dans l'*Intermédiaire des Mathématiciens.* En 1912, Whitford avait publié la bibliographie de cette question classique (comme thèse avec ses travaux personnels), donnant en 80 pages de texte la liste des 300 mathématiciens qui avaient étudié le problème. Le volume 2 de l'*Histoire de la théorie des Nombres* de M. L. E. Dickson, qui va paraître, en donnera le résumé.

La méthode des fractions continues est impraticable. Ma méthode utilisant des « équations doubles » est facile et extrêmement féconde car la solution minima, qui peut être donnée par mes machines à congruences fournissant une solution du présent problème, en donne une infinité pour des séries factorisables et pour des séries récurrentes. De nombreux exemples inédits sont montrés.

Ces trois méthodes juxtaposées donnent des instruments de travail très précieux pour les recherches difficiles, en nombres entiers, de la Théorie des Nombres.

12. — M. A. Gérardin parle enfin de ses *Jeux scientifiques inédits A.-G., sur les nombres entiers (Drapeau du Japon, Jeu de Paille-Maille, le Cache-Cache, etc.).* — Je ne parlerai ici que de certains jeux formant une suite naturelle aux jeux d'Ed. Lucas, un des ancêtres de l'Association française pour l'Avancement des Sciences. Le « Gaulois », l'« Abricot », le « Drapeau du Japon » sont des « types » de jeux où l'on devine, par juxtaposition de cartons perforés d'après certaines lois mathématiques, soit une lettre, un mot ou un nombre pensé.

Le « Cache-Cache » et le « Paille-Maille » répondent aux mêmes conditions, mais donnent de plus des mots français à lettres ou à syllabes permutables.

Une dernière série de « jeux de cartes » a été indiquée, pour « prises de dates », pendant la guerre. Notre premier envoi de trois jeux, rédigé aux armées, a obtenu une médaille de vermeil au Concours Lépine de 1916.

13. — M. Millon : *Sur le calcul de l'âge des astres.*

14. — M. H. Muller, de Grenoble : *Le Cadran solaire du Lycée de filles de Grenoble.* — Le cadran solaire du Lycée de filles de Grenoble, dessiné en 1673, par un Jésuite, le R. P. Bonfa, est peu connu. Il vient d'être classé (mars 1920) comme monument historique.

Le cadran donne les heures françaises en noir, les heures italiques en rouge, les heures babyloniques en jaune. Des arcs d'hyperbole indiquent les signes du zodiaque ; les saisons et les mois sont aussi indiqués.

On y voit encore les calendriers de la Société de Jésus, de la Vierge et du Roi ; les heures du lever et coucher du soleil et celles des crépuscules ; les maisons célestes et une table des épactes. Le calendrier civil de la lune permet de calculer rapidement l'âge de cet astre et enfin, l'Horloge nouvelle, œuvre peut-être unique, donne « *la situation de la lune par le soleil, celle du soleil par la lune et, pour l'un et pour l'autre, les jours de la lune dans le monde entier* ».

Le cadran du Lycée de filles de Grenoble couvre environ *cent mètres carrés* de surface. Des plans permettent de se rendre compte de l'importance de ce travail.

15. — M. René Thiry, de Strasbourg, présente une Note : *Sur un point particulier de la théorie des tourbillons.* — Sa communication a pour but d'étudier une contradiction relevée par M. J. Weingarten entre ses résultats et ceux des géomètres anglais sur un point de la théorie des mouvements d'un anneau de tourbillon circulaire infiniment mince dans un liquide incompressible, au repos à l'infini. On trouve que la vitesse de translation de l'anneau est infiniment grande par rapport à celle des particules centrales, et M. Weingarten trouvait pour la partie principale de cette vitesse une valeur double de celle des auteurs anglais. La note conclut à l'exactitude de cette dernière valeur, tout en conservant la validité des autres résultats de M. Weingarten.

16. — M. A. Gérardin présente le fort intéressant volume de MM. H. Brocard et T. Lemoyne : *Courbes géométriques remarquables (courbes spéciales) planes et gauches,* en rappelant les beaux comptes rendus de M. Buhl *(Ens. Math.)* et M. Bricard *(Nouv. Ann. Math.)*.

17. — M. Esclangon : *Sur l'organisation des études astronomiques à l'Observatoire de Strasbourg.* — Visite de l'Observatoire par les congressistes, exposé des remaniements importants en voie d'exécution, et des intéressants projets en vue.

M. A. Gérardin présente enfin les six communications suivantes :

18. — C. Clapier, *Sur les surfaces de révolution à courbure moyenne constante.*

19. — Salmin, *Le flambage des poteaux en treillis chargés en bout.*

20. — Cdt. Litre, *Sur la loi des aires établie à posteriori.*

21. — H. Tripier, *Sur l'application de la méthode des approximations successives à la résolution des équations numériques.*

22. — G. David, à Auxerre, *Sur les sphères inscrites et circonscrites au dodécaèdre et à l'icosaèdre.*

23. — DELAPORTE (Ligue Chronos, Paris), *Sur la réforme du calendrier*.

Le prochain congrès doit se tenir à *Rouen*. Le président de section sera M. LELIEUVRE, le secrétaire M. A. GÉRARDIN.

Société mathématique suisse.

Neuchâtel, 31 août 1920.

La Société mathématique suisse a tenu sa dixième réunion ordinaire à Neuchâtel, le 31 août 1920, sous la présidence de M. le Prof. Louis CRELIER (Berne), à l'occasion de la cent-unième assemblée annuelle de la Société helvétique des Sciences naturelles. Le programme de la partie scientifique comprenait douze communications. En voici les résumés.

1. — Dr Ch. WILLIGENS (Berne). — *Sur l'interprétation du temps universel dans la théorie de la relativité.* — Si dans la transformation de Lorentz

$$x = \beta(x' + \alpha u') \ , \qquad u = \beta(u' + \alpha x') \ , \qquad y = y' \ , \qquad z = z' \ ,$$

où

$$u = c_0 t \ , \qquad u' = c_0 t' \ ; \qquad \alpha c_0 = v \ , \qquad \beta^2 = \frac{1}{1 - \alpha^2} \ ,$$

c_0 désignant la vitesse de la lumière, on pose

$$u = ct + r \qquad u' = c't - r$$

on arrive, tout calcul fait[1], aux relations

$$x = x' + vt \tag{1}$$

$$\left.\begin{aligned} c_0\tau &= \frac{c_0}{\beta}t + \frac{\beta - 1}{\alpha\beta}x = c_0 t + \frac{\beta - 1}{\alpha\beta}x' \\ c_0\tau' &= c_0 t - \frac{\beta - 1}{\alpha\beta}x = \frac{c_0}{\beta}t - \frac{\beta - 1}{\alpha\beta}x' \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Supposons l'observateur placé sur S. Comme tous les points de S' sont au repos, on a

$$\Delta x' = 0 \qquad \Delta\tau = \Delta t \ . \tag{3}$$

Les horloges marchent donc toutes également vite. Les for-

[1] Ch. WILLIGENS. Interprétation géométrique du temps universel dans la théorie de la relativité restreinte. *Archives des sciences physiques et naturelles*, 5e période, vol. 2, juillet-août 1920.