Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 21 (1920-1921)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: MÉTHODE A SUIVRE POUR DÉTERMINER LA TOTALITÉ DES NOMBRES PREMIERS COMPRISE ENTRE I ET LE NOMBRE N = 1 x 2 x 3 X 5 x 7 x 11 X ... X p, PRODUIT DES (+ 1) NOMBRES PREMIERS CONSÉCUTIFS PRIS A PARTIR DE 1

Autor: Barbette, Edouard

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-515722

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

MÉTHODE A SUIVRE
POUR
DÉTERMINER LA TOTALITÉ DES NOMBRES PREMIERS COMPRISE ENTRE 1 ET LE NOMBRE $N = 1 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times \ldots \times p$, PRODUIT DES $(\alpha + 1)$ NOMBRES PREMIERS CONSÉCUTIFS PRIS A PARTIR DE 1

PAR

Edouard BARBETTE (Liége).

La totalité des nombres premiers avec N et non supérieurs à N est donnée par l'*indicateur* de N :

$$\varphi(N) = 1 \times 2 \times 4 \times 6 \times 10 \times \ldots \times (p - 1) .$$

Soient $p_1, p_2, p_3, \ldots$ les nombres premiers qui suivent p et soit p_n le plus grand des nombres premiers dont le carré est inférieur à N.

Si q est le nombre premier immédiatement inférieur au quotient de N par p_1 et si nous représentons par β la totalité des nombres inférieurs à N qui sont les produits *distincts* des nombres premiers $p_1, p_2, p_3, \ldots, q$ pris avec répétition de toutes les façons possibles (2 à 2, 3 à 3, 4 à 4, ...), α étant la quantité de nombres premiers de 2 à p, la totalité des nombres premiers de 1 à N, y compris l'unité, sera donné par $\varphi(N) + \alpha - \beta$. La table des nombres premiers de 1 à q permettra donc de déterminer la totalité des nombres premiers qui existent de 1 à N.

Si $p_n \leq p$, ce total se réduit à $\varphi(N) + \alpha$.

Nous allons appliquer la méthode qui précède aux premières valeurs de N :

1° $\mathbf{N = 1 \times 2 \times 3 = 6}$. L'indicateur de 6 est $\varphi(6) = 1 \times 2 = 2$.

Puisque $2^2 < 6 < 3^2$, c'est que $p_n = 2 < p$ ou 3.

De 1 à 6, il y a donc $\varphi(N) + \alpha = 2 + 2 = 4$ nombres premiers.

2° $\mathbf{N = 1 \times 2 \times 3 \times 5 = 30}$. L'indicateur de 30 est $\varphi(30) = 1 \times 2 \times 4 = 8$.

Puisque $5^2 < 30 < 6^2$, c'est que $p_n = p$ ou 5.

De 1 à 30, il existe donc $\varphi(N) + \alpha = 8 + 3 = 11$ nombres premiers.

3° $\mathbf{N = 1 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210}$. L'indicateur de 210 est $\varphi(210) = 1 \times 2 \times 4 \times 6 = 48$.

Puisque $14^2 < 210 < 15^2$, c'est que $p_n = 13 > p$ ou 7 ; calculons β : le nombre premier qui précède le quotient de 210 par 11 étant 19 et le nombre premier qui précède le quotient de 210 par 13 étant 13, les cinq produits

$$11 \times 11 \ , \quad 11 \times 13 \ , \quad 11 \times 17 \ , \quad 11 \times 19 \ , \quad 13 \times 13$$

sont les seuls à éliminer.

De 1 à 210, il y a donc $\varphi(N) + \alpha - \beta = 48 + 4 - 5 = 47$ nombres premiers.

4° $\mathbf{N = 1 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 = 2310}$. L'indicateur de 2310 est

$$\varphi(2310) = 1 \times 2 \times 4 \times 6 \times 10 = 480 \ .$$

Puisque $48^2 < 2310 < 49^2$, c'est que $p_n = 47 > p$ ou 11 ; calculons β :

Les nombres premiers qui précèdent immédiatement les quotients de 2310 par

$$13 \ , \ 17 \ , \ 19 \ , \ 23 \ , \ 29 \ , \ 31 \ , \ 37 \ , \ 41 \ , \ 43 \ , \ 47$$

étant respectivement

$$173 \ , \ 131 \ , \ 113 \ , \ 97 \ , \ 79 \ , \ 73 \ , \ 61 \ , \ 53 \ , \ 53 \ , \ 47 \ ,$$

il faudra éliminer les produits de

13	par	13, 17, ... , 173,	au nombre de	35 ;
17	»	17, 19, ... , 131,	»	26 ;
19	»	19, 23, ... , 113,	»	23 ;
23	»	23, 29, ... , 97,	»	17 ;
29	»	29, 31, ... , 79,	»	13 ;
31	»	31, 37, ... , 73,	»	11 ;
37	»	37, 41, ... , 61,	»	7 ;
41	»	41, 43, 47, 53,	»	4 ;
43	»	43, 47, 53,	»	3 ;
47	»	47,	»	1 ;

en tout, 140 produits.

Le nombre premier 13 étant le quotient de 2310 par 13^2 ou 169, il ne reste plus à éliminer que le produit $13^2 \times 13$ ou 13^3. Par suite, $\beta = 141$.

De 1 à 2310, il existe donc $\varphi(N) + \alpha - \beta = 480 + 5 - 141 = 344$ nombres premiers.

5° $\mathbf{N = 1 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 = 30\,030}$. L'indicateur de 30 030 est

$$\varphi(30\,030) = 1 \times 2 \times 4 \times 6 \times 10 \times 12 = 5760 .$$

Puisque $173^2 < 30\,030 < 174^2$, c'est que $p_n = 173 > p$ ou 13; calculons β :

Les nombres premiers qui précèdent immédiatement les quotients de 30 030 par

$$17 , 19 , 23 , \ldots , 173 ,$$

étant respectivement

$$1759 , 1579 , 1303 , \ldots , 173 ,$$

il faudra éliminer les produits de

17	par	17, 19, ... , 1759,	au nombre de	268 ;
19	»	19, 23, ... , 1579,	»	242 ;
23	»	23, 29, ... , 1303,	»	205 ;
29	»	29, 31, ... , 1033,	»	165 ;
31	»	31, 37, ... , 967,	»	153 ;

37	»	37,	41, ... ,	811,	au nombre de	130 ;
41	»	41,	43, ... ,	727,	»	117 ;
43	»	43,	47, ... ,	691,	»	112 ;
47	»	47,	53, ... ,	631,	»	101 ;
53	»	53,	59, ... ,	563,	»	88 ;
59	»	59,	61, ... ,	503,	»	80 ;
61	»	61,	67, ... ,	491,	»	77 ;
67	»	67,	71, ... ,	443,	»	68 ;
71	»	71,	73, ... ,	421,	»	63 ;
73	»	73,	79, ... ,	409,	»	60 ;
79	»	79,	83, ... ,	379,	»	54 ;
83	»	83,	89, ... ,	359,	»	50 ;
89	»	89,	97, ... ,	337,	»	45 ;
97	»	97,	101, ... ,	307,	»	39 ;
101	»	101,	103, ... ,	293,	»	37 ;
103	»	103,	107, ... ,	283,	»	35 ;
107	»	107,	109, ... ,	277,	»	32 ;
109	»	109,	113, ... ,	271,	»	30 ;
113	»	113,	127, ... ,	263,	»	27 ;
127	»	127,	131, ... ,	233,	»	21 ;
131	»	131,	137, ... ,	229,	»	19 ;
137	»	137,	139, ... ,	211,	»	15 ;
139	»	139,	149, ... ,	211,	»	14 ;
149	»	149,	151, ... ,	199,	»	12 ;
151	»	151,	157, ... ,	197,	»	10 ;
157	»	157,	163, ... ,	191,	»	7 ;
163	»	163,	167, ... ,	181,	»	5 ;
167	»	167,	173, 179,		»	3 ;
173	»	173,			»	1 ;

en tout, 2385 produits.

Les nombres premiers qui précèdent immédiatement les quotients de 30 030 par

$$17^2 , \quad 19^2 , \quad 23^2 , \quad 29^2 , \quad 31^2 , \quad 37^2 , \quad 41^2$$

étant respectivement

$$103 , \quad 83 , \quad 53 , \quad 31 , \quad 31 , \quad 19 , \quad 17 ,$$

et le quotient de 30 030 par 43^2 étant $16 < 17$, il faut éliminer les produits de

17^2	par	17, 19, . . . ,	103,	au nombre de	21 ;
19^2	»	17, 19, . . . ,	83,	»	17 ;
23^2	»	17, 19, . . . ,	53,	»	10 ;
29^2	»	17, 19, . . . ,	31,	»	5 ;
31^2	»	17, 19, . . . ,	31,	»	5 ;
37^2	»	17, 19,		»	2 ;
41^2	»	17,		»	1 ;

en tout, 61 produits.

Le quotient de 30 030 par 17^3 ou 4913 étant inférieur à 17, il ne reste plus à compter que les produits, inférieurs à 30 030, des nombres premiers 17, 19, 23, ... , pris 3 à 3, sans répétition ; les produits 4 à 4, 5 à 5, ... de ces facteurs dépasseront 30 030 puisque $17^4 = 83\,521 > 30\,030$: les nombres premiers qui précèdent immédiatement les quotients de 30 030 par

17×19 , 17×23 , 17×29 , 17×31 , 17×37 , 17×41 ;
19×23 , 19×29 , 19×31 , 19×37 ;
23×29 , 23×31 ,

étant respectivement

89 , 73 , 59 , 53 , 47 , 43 ; 67 , 53 , 47 , 41 ; 43 , 41 ,

et les quotients de 30 030 par

17×43 , 19×41 , 23×37 , 29×31 ,

étant respectivement

$41 < 47$; $38 < 43$, $35 < 41$, $33 < 37$,

il restera à éliminer les produits de

17×19	par	23, 29, ... ,	89,	au nombre de	16 ;
17×23	»	29, 31, ... ,	73,	»	12 ;
17×29	»	31, 37, ... ,	59,	»	7 ;
17×31	»	37, 41, ... ,	53,	»	5 ;
17×37	»	41, 43, 47,		»	3 ;

17×41	»	43,	au nombre de	1 ;
19×23	»	29, 31, ... , 67,	»	10 ;
19×29	»	31, 37, ... , 53,	»	6 ;
19×31	»	37, 41, 43, 47,	»	4 ;
19×37	»	41,	»	1 ;
23×29	»	31, 37, 41, 43,	»	4 ;
23×31	»	37, 41,	»	2 ;

en tout, 71 produits.

Par suite, $\beta = 2385 + 61 + 71 = 2517$; de 1 à 30 030, il y a donc $\varphi(N) + \alpha - \beta = 5760 + 6 - 2517 = 3249$ nombres premiers.

Liége, 1920.

SUR L'ÉQUATION FONCTIONNELLE $f[\varphi_1(t)] = f[\varphi_2(t)]$

PAR

Rolin WAVRE (Neuchâtel).

A la quinzième réunion[1] de la Société mathématique suisse, tenue à Neuchâtel le 31 août 1920, M. le Prof. PLANCHEREL a posé la question d'analyse suivante :

« Soit $y = f(x)$ une courbe continue et univoque dans l'intervalle $a \leqq x \leqq b$, telle que dans cet intervalle $f(x) \geqq 0$ et que $f(a) = f(b) = 0$. Soient M_1, M_2, deux points mobiles sur cette courbe, assujettis à avoir à chaque instant t les mêmes ordonnées. A l'instant $t = 0$, M_1 se trouve au point (a, o), M_2 au point (b, o). Peut-on coordonner les mouvements de ces deux points de manière à ce qu'ils se rencontrent ? »

M. Plancherel ajoute :

« Le problème est équivalent à la détermination de deux fonc-

[1] Voir *L'Enseignement mathématique*, Nos 3-4, t. XXI, p. 226-227 ; 1920.