Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 20 (1918)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SPACO

Autor: de Saussure, René

Kapitel: IV. La dudimensian spacon.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-18047

Se una el la du folyeton, exemple PRE, estas fixa, la alia folyeto $P'R'E'$, konforme al la ci-sura kondito, naskas lineara pentaserio, kiu ludas, en folyetara geometrio, la sama rolo, kie la lineara komplexo en reglara geometrio.

Kiam indico c estas nula, folyeton PRE k. $P'R'E'$ plenumas la kondito: $h \tan \frac{\omega}{2} = 0$ (t. e.: $h = 0$, or $\omega = 0$), kay la koresponda lineara pentaserio estas *speciala*. Oni tiam diras, ke folyeton PRE k. $P'R'E'$ estas „reciprokan pere de indico nul“, or pli simple, ke lu estas „reciprokan“, sen mencii ni indico; kay tio signifas, ke la folyeto povas migri de la pozicio PRE al la pozicio $P'R'E'$ per nura rotaco (sen glitmovo), or reciproke.

Remarko. — La folyetara geometrio estas identa al la *korpara geometrio,* t. e. al la geometrio de rigidan korpon en spaco, kar nu yam konstatis, ke folyeto estas figuro eqalvalora al un *pozicio* de irg nia rigida korpo.[1]

IV. La dudimensian spacon.

Existas du specon de spaco dudimensia: la *plana spaco,* or *plano,* kay la *cirkerpunkta spaco,* or *angula spaco.* Omdu tin spacon havas strukturo duala, or dusexa.

1. — La plana spaco or Plano. — Existas en plano du fundamentan grandon: la *longo* k. la *angulo.* Al la longo korespondas la *punkto,* kar longo estas la grando kushanta inter du punkton *(punktlongo).* Al la angulo korespondas la *reglo,* or *latro,* kar angulo estas la grando kushanta inter du latron *(latrangulo).*

Kie en la tridimensia spaco, la figuro, formita da du punkton P k. P', nomivas *dupunkto* or *punktoparo;* la figuro formita da du punkton P, P', kay da la rektopeco PP', nomivas *dupunktlongo,* or *segmento;* kay la longo kushanta inter P k. P' nomivas *punktlongo,* or simple *longo* PP'.

La figuro formita da du reglon, or latron, R, R', nomivas *dulatro,* or *latroparo;* la figuro formita da du latron R, R', kay da la faskopeco RR' nomivas *dulatrangulo;* fine, la angulo kushanta inter la latron R k. R', nomivas *latrangulo,* or simple *angulo* RR'.

Pli jenerale, la figuro, formita da pluran latron, nomivas *plurlatro,* or *plurangulo;* exemple: *trilatro* or *triangulo, qarlatro* or *qarangulo, qinlatro* or *qinangulo,* &c.

La fundamenta geometrio de l' plana spaco estas dusexa, kar ji estas fondita sur la reciprokrelato, kiu existas en ti spaco inter punkto k. latro (geandran figuron):

Punkto P k. latro R estas reciprokan, kiam lu plenumas la kondito:

$$d = 0,$$

en kiu d signas la interspaco, or disto, inter punkto P k. latro R; alivorte, P k. R estas reciprokan, kiam P situas sur la rekto koincidanta kun latro R.

---

[1] Por pluan detalon koncerne la folyetara geometrio vidu diversan artiklon, publikigitan en la *Archives des sciences physiques et naturelles,* Genevo (1898 - 1919), kay en la 36ma tomo de la *Mémoires de la Société de Physique,* Genevo. Ulsor en la *Internacia Scienca Revuo,* 1909.

So, se latro *R* estas fixa, punkto *P* naskas lineara monoserio (punktara *rekto)*. Reciproke, se punkto *P* estas fixa, latro *R* ulsor naskas lineara monoserio (reglara *fasko)* cirker punkto *P*.

Kar du punkton sufitas por difini rekto, kay reciproke kar du reglon sufitas por difini fasko, oni konstatas, ke la punktoreglara geometrio (en plana spaco) estas lineara slokaraktere; ji estas duparametra, kar la pozicio de omni punkto, or reglo, dipendas de du parametron (koordinaton).

Ulter ti geometrio existas en la plana spaco la geometrio de sagon, or *sagara geometrio*, kiu estas la pley jenerala, kar jia spacelemento estas la *sago PR*, recevita per sintezo de la du fundamentan elementon (punkto *P* k. latro *R)* de ti spaco. La sagara geometrio estas triparametra, kar la pozicio de omni sago en la plano dipendas de tri parametron; ji estas unsexa, kar la geandra figuro de sago ulsor estas sago; fine, ji estas lineara slokaraktere, kar:

2 *sagon* difinas *sagkrono* (lineara monoserio de sagon) (fig. 2),
3 „ „ *sagkronoido* („ biserio „ „) (fig. 3);

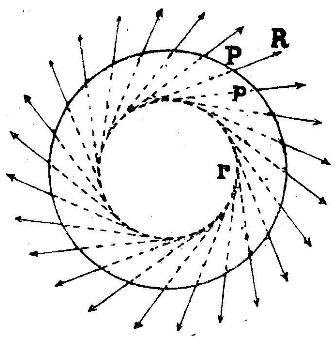

Fig. 2. — Sagkrono.

kay reciproke:

2 *sagkronoidon* e su sekcas slo *sagkrono*
3 „ „ „ „ *un sago.*

La fundamenta formo de la sagara geometrio en plano estas do la *kronoido*, or lineara biserio; ti biserio posesas un, kay nur un, sago *PR* che omni punkto *P* de la plana spaco, kie e ji montras figuro 3ma (Ti figuro prezentas la *flulinion* de la kronoido).

La sagkronoido estas difinata per la cia reciprokrelato, kiu existas inter du sagon (geandran figuron):

Du sagon PR *k.* P′R′ *estas reciprokan, kiam lu estas „kontran“*, t. e. simetrian una de la alia relate al ni reglo de la plana spaco (fig. 3). E ti kondito oni povas expresi per la relato:

$$\omega = \omega',$$

en kiu ω signas la angulo kushanta inter reglo *R* k. rekto *PP′*, kay ω' la angulo kushanta inter reglo *R′* k. rekto *P′P*.

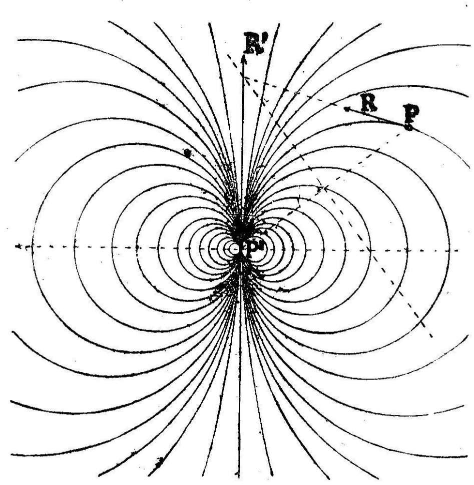

Fig. 3. — Sagkronoido difinita per sian flulinion.

REMARKO. — La sagara geometrio estas identa al la geometrio de rigidan korpon en la plana spaco (korpara plangeometrio), kar en ti spaco, sago *PR* estas figuro eqalvalora al un pozicio de irg nia rigida korpo.

2. — LA CIRKERPUNKTA SPACO OR SPACO ANGULA. — Existas en la cirkerpunkta spaco du fundamentan grandon, kiun, spit ke omdu angulan, estas apartigendan: la *reglangulo* k. la *edrangulo*.

Al la reglangulo korespondas la reglo, kay al la edrangulo korespondas la edro.

La figuro formita da du reglon R, R', nomivas *dureglo* (regloparo), kie en la plana spaco. La figuro formita da du reglon R, R', kay da la faskopeco RR', nomivas *dureglangulo.* La angulo kushanta inter du reglon nomivas *reglangulo,* or simple *angulo,* kie en la plana spaco.

La figuro formita da du edron E, E', nomivas *duedro* (edroparo). La figuro formita da du edron E, E', kay da la faskopeco EE', nomivas *duedrangulo.* Fine, la angulo situanta inter du edron nomivas *edrangulo,* kie en tridimensia spaco.

Pli jenerale, la figuro formita da pluran edron (en la angula spaco) nomivas *pluredrangulo;* exemple: *triedrangulo, qaredrangulo, qinedrangulo,* &c.

Oni do vidas, ke:

en la *tridimensia spaco* la geometrian korpon nomivas *pluredron,*
„ „ *dudimensia spaco plana* „ „ „ „ *plurlatron* or *plurangulon,*
„ „ *dudimensia spaco angula* „ „ „ „ *pluredrangulon.*

La fundamenta geometrio de l' spaco angula estas la *regledrara geometrio;* ji estas dusexa, kar ji estas fondita sur la reciprokrelato, kiu existas, en ti spaco, inter reglo k. edro (geandran figuron):

Reglo R k. edro E estas reciprokan, kiam lu plenumas la kondito:

$$\delta = 0$$

en kiu δ signas la angula interspaco inter reglo R k. edro E; alivorte, reglo k. edro estas reciprokan, kiam la reglo kushas en la plano de la edro.

Efekte, se edro E estas fixa, reglo R naskos lineara monoserio de reglon (reglofasko). Reciproke, se reglo R estas fixa, edro E naskos lineara monoserio de edron (edrofasko) cirker ti reglo.

Kar du reglon sufitas por difini reglofasko, en la spaco angula, kay reciproke kar du edron sufitas por difini edrofasko, oni konstatas, ke la regledrara geometrio cirkerpunkta estas lineara slokaraktere; ji estas duparametra, kar la pozicio de irg ni reglo, or edro, dipendas de du parametron (koordinaton) en ti spaco.

Ulter ti geometrio existas en la angula spaco la geometrio de flagon, or *flagara geometrio,* kiu estas la pley jenerala, kar jia spacelemento estas la *flago RE,* recevita per sintezo de la du fundamentan elementon (reglo R k. edro E) de ti spaco. La flagara geometrio estas triparametra, kar la pozicio de irg ni flago en la angula spaco dipendas de tri parametron; ji estas unsexa, kar la geandra figuro de flago ulsor estas flago; fine, ji estas lineara slokaraktere, kar:

2 *flagon* difinas *flagkrono* (lineara monoserio de flagon),
3 „ „ *flagkronoido* („ biserio „ „);

kay reciproke:

2 *flagkronoidon* esu sekcas slo *flagkrono,*
3 „ „ „ „ *un flago.*

La fundamenta formo de la flagara geometrio en angula spaco, estas do la *kronoido,* or lineara biserio; ti biserio posesas un, kay nur un, flago RE sur omni reglo R de la angula spaco, kie e ji montras figuro 4ma (Ti figuro prezentas la *flukonuson* de la kronoido). La intersekco de flagkronoido kun kuncentra sfero formas *sfera sagkronoido,* prezentita sur figuro 5ma.

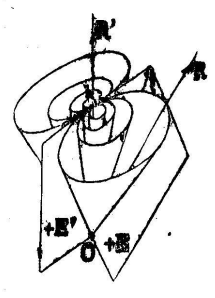

Fig. 4. — Flagkronoido difinita per sian flukonuson.

La flagkronoido estas difinita per la cia reciprokrelato, kiu existas inter du flagon (geandran figuron):

Du flagon RE k. $R'E'$ estas reciprokan, kiam lu estas „reflektan“, t. e. simetrian una de la alia relate al ni edro de la angula spaco (fig. 4). E ti kondito oni povas expresi per la relato:

$$\omega = \omega',$$

en kiu ω signas la edrangulo kushanta inter edro E k. plano RR', kay ω' la edrangulo kushanta inter edro E' k. plano $R'R$.

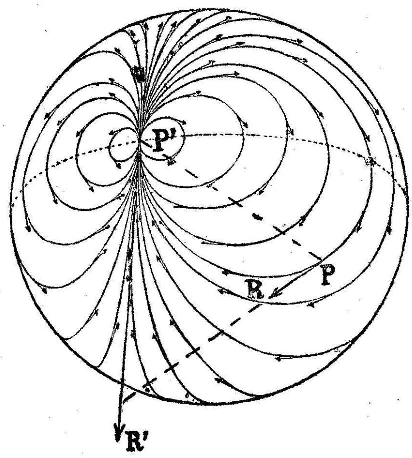

Fig. 5. — Sfera sagkronoido, or intersekco de flagkronoido kun kuncentra sfero.

REMARKO. — La flagara geometrio estas identa al la geometrio de rigidan korpon en la angula spaco, t. e. cirker fixa punkto (korpara geometrio cirkerpunkta), kar flago estas figuro eqalvalora al la pozicio de irg nia rigida korpo, kiu posesas un fixa punkto.

V. LA UNDIMENSIA SPACO.

La undimensia spaco konsistas: 1me el omnin punkton P lokantan sur fixa rektlinia axo S; 2me el omnin edron E strekiblan cirker ti axo. Existas do, en la undimensia spaco S, du fundamentan grandon: la *longo* (punktlongo), or interspaco inter du punkton P k. P', kay la *edrangulo,* or angula interspaco inter du edron E k. E'.

Kie en tridimensia spaco, la figuro formita da du punkton P, P', nomivas *dupunkto* (punktparo), kay la figuro formita da du edron E, E', nomivas *duedro* (edroparo).

Se ji existus, la fundamenta geometrio de la undimensia spaco S estus dusexa, kar, en ti spaco, punkto P k. edro E estas figuron geandran; sed ti geometrio fakte ne povas existi, kar jia fundamenta formo devus esti fondata sur la reciprokrelato $d = 0$, en kiu d signus la interspaco, or la disto, inter punkto P k. la reciproka edro E, kay oni facile konstatas, ke irg ni punkto P estas reciproka de irg ni edro E de la undimensia spaco, tial ke omni punkto P situas en omni edro E.

Sed existas en la undimensia spaco S, alia fundamenta geometrio, nome la geometrio de shildon, or *shildara geometrio;* ti geometrio estas la pley jenerala en la spaco S, kar jia elemento estas la *shildo PE,* formita per sintezo de la du fundamentan elementon: punkto P k. edro E. La shildo PE truvivas self en la undimensia spaco S, kar omdu jian elementon, P k. E, situas en ti spaco.

La shildara geometrio en spaco S estas duparametra, kar la pozicio de omni shildo, en ti spaco, dipendas de du parametron (kar, se PE estas ni fixa shildo kay $P'E'$ ni moviva shildo, la pozicio de PE relate al $P'E'$ estas difinata per la longo $h = PP'$ kay per la edrangulo $\omega = EE'$). La shildara geometrio estas unsexa, kar la geandra figuro de shildo ulsor estas shildo; fine, ti geometrio estas qadratika slokaraktere, kar jia fundamenta formo (shildara monoserio) estas difinata per la cia reciprokrelato inter du shildon (geandran figuron):