III. La tridimensia spaco.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **20 (1918)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.09.2024**

7. La *folyeto,* or figuro *PRE,* konsistanta el un punkto *P,* ligita al sur un reglo *R,* siavice ligita al sur un edro *E.* Punkto *P* estas la origino, reglo *R* la stango, kay edro *E* la folio, de la folyeto; la stango havas antro (indikata per sagpinto) kay postro, kay la folio havas supro kay infro (indikatan per la signon + kay —). Irg ni folyeto estas nura pozicio kay enhavas nenia grando; folyeto ne povas gliti sur si self; el tio seqas, ke se al folyeto *PRE* oni ligas irg nia rigida korpo *K,* la pozicio de ti folyeto plene konigos tiu de la korpo *K.*

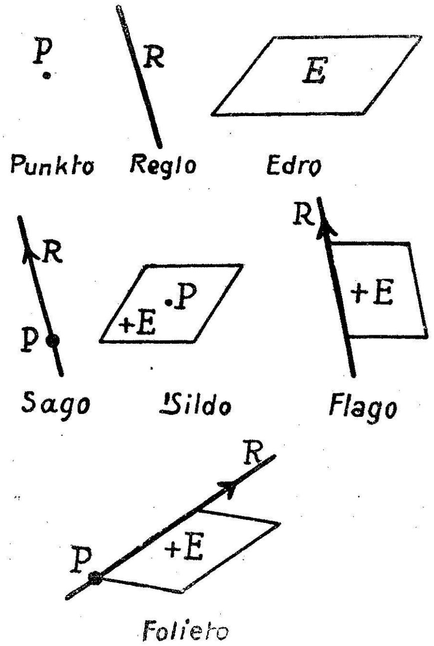

Fig. 1. — La sep fundamentan figuron

La sistemon de rigidan korpon (korparon) estas do reduktiblan al sistemon de folyeton (folyetaron); or, se oni preferas, folyeto estas nenio alia, ol, kio restas, kiam de ni rigida korpo oni forprenas la formo k. la grando.

Resume, el la sep fundamentan pozici-figuron tri estas figuron unelementan (punkto, reglo, edro), tri estas duelementan (sago, shildo, flago), kay un estas trielementa (folyeto).

II. Difinon.

Poliserio estas pluropIe infinita serio de figuron identan, or almeyne samspecan; seqe:

unopla	serio, enhavanta	∞^1	elementan	figuron,	nomivos	*monoserio*
duopla	„	∞^2	„	„	„	*biserio*
triopla	„	∞^3	„	„	„	*triserio*
qaropla	„	∞^4	„	„	„	*tetraserio*
&c.						&c.

Exemple, punktlinio estas monoserio de punkton (or punktara monoserio), punktsurfaco estas biserio de punkton, reglosurfaco estas monoserio de reglon (or reglara monoserio), komplexo estas reglara triserio, &c.

Du figuron estas *inversan,* kiam lu estas simetrian una ye la alia relate al ni punkto.

Du figuron estas *kontran,* kiam lu estas simetrian una ye la alia relate al ni reglo.

Du figuron estas *reflektan,* kiam lu estas simetrian una ye la alia relate al ni edro.

Du figuron estas *reciprokan,* kiam lu estas inter su ligatan tiamanere, ke una el la du figuron naskas *lineara* poliserio relate al la alia.

Omni speco de geometrio estas fondata sur la reciprokrelato, kiu existas inter du figuron. Kiam tin figuron estas identan, la korespondа geometrio nomivos geometrio *unsexa;* kiam lu estas malsaman, ji nomivos *dusexa.*

III. La tridimensia spaco.

La tridimensia spaco havas strukturo duala, or, se oni preferas, dusexa, kar omnitempe k. omniloke oni bezonas du fundamentan grandon por mezuri spaco: la *longo* k. la *angulo*. Tin grandon estas nereduktiblan una ye la alia; lu estas *geandran* grandon kay oni povas diri, almeyne figure, ke la unma estas vira, dur ke la duma estas virina.

Al la longo korespondas la *punkto*, kar longo estas la grando kushanta inter du punkton (dupunkta longo). Al la angulo korespondas la *edro*, kar angulo estas la grando kushanta inter du edron (duedra angulo).

La figuro formita da du punkton P, P', nomivas *dupunkto*, or *punktparo*. La figuro formita da du punkton P, P', kay da la rektopeco PP' nomivas *dupunktlongo*, or *segmento*. Fine la longo PP', kushanta inter du punkton P k. P', nomivas *punktlongo*, or *disto* de tin punkton.

La figuro formita da du edron, E k. E', nomivas *duedro*, or *edroparo*. La figuro formita da du edron E, E', kay da la faskopeco EE' nomivas *duedrangulo*. Fine la angulo EE', kushanta inter du edron E k. E', nomivas *edrangulo* (t. e. angulo formita da edron).

Pli jenerale, la figuro, formita da pluran edron, nomivas *pluredro;* exemple: *triedro, qaredro, qinedro,* &c.

* * *

La fundamenta geometrio de l'tridimensia spaco estas dusexa, kar ji estas fondita sur la reciprokrelato inter la du geandran spacelementon: punkto k. edro.

Punkto P k. edro E estas reciprokan, kiam lu plenumas la kondito:

$$d = 0,$$

en kiu d signas la interspaco, or disto, inter punkto P k. edro E.

Efekte, nu supozu, ke edro E estas fixa; tiam, por plenumi la ci-sura kondito, punkto P devas movivi en la plano de edro E; ji do naskas *lineara* punktaro (biserio de punkton). Reciproke, se punkto P estas fixa, edro E povas movivi nur cirker ti fixa punkto; ji do ulsor naskas *lineara* edraro (biserio de edron, nomita *garbo* de edron).

La punktedrara geometrio estas triparametra, kar la pozicio de un punkto, or de un edro, en la tridimensia spaco, dipendas de tri parametron *(koordinaton).*

Kar du punkton sufitas por difini lineara monoserio de punkton (punktara *rekto),* kay tri punkton por difini lineara biserio (punktara *plano),* kay reciproke: kar du edron sufitas por difini lineara monoserio de edron (edrara *rekto),* kay tri edron por difini lineara biserio (edrara *punkto),* oni konstatas, ke la punktedrara geometrio estas *lineara* slokaraktere.

* * *

Ulter la punktedrara geometrio existas, en tridimensia spaco, alia fundamenta geometrio, nome: la *reglara geometrio.* Ti geometrio estas unsexa, kar la figuro geandra ye reglo ulsor estas reglo. La reglara geometrio estas fondita sur la reciprokrelato inter du reglon (geandran figuron):

Se oni elektas konstanta grando c, *nomita „indico", du reglon R, R', estas reciprokan pere de indico* c, *kiam lu plenumas la kondito:*

$$h \tan \omega = c,$$

en kiu h signas la pley kurta disto, kay ω la angulo, inter la reglon R k. R'.

Efekte, se una el la du reglon, exemple reglo R, estas fixa, la alia reglo R' naskos, konforme al la ci supra kondito, lineara triserio de reglon *(lineara komplexo).*

Kar tri reglon estas necesan por difini la lineara monoserio *(reglara hiperboloido),* qar reglon por difini la lineara biserio *(lineara kongruenco),* kay qin reglon por difini la lineara triserio *(lineara komplexo),* oni konstatas, ke la reglara geometrio estas *qadratika* slokaraktere. Tio ulsor rezultas de la fakto, ke la reciprokrelato inter du reglon enhavas arbitera konstanto c.

Kiam indico c estas nula, la reglon R k. R' plenumas la kondito: $h \ tang \ \omega = 0$ (t. e.: $h = 0$, or $\omega = 0$), kay la koresponda lineara komplexo farivas *speciala.* Oni tiam diras, ke la du reglon estas „reciprokan pere de indico nul“, or pli simple, ke lu estas „reciprokan“, sen mencii ni indico; kay tio signifas, ke la reglon R k. R' e su renkontas.

La reglara geometrio estas qarparametra, kar la pozicio de omni reglo, en tridimensia spaco, dipendas de qar parametron, or koordinaton.

* * *

Omnin geometrion de la tridimensia spaco estas sinteziblan en un sola geometrio, kies spacelemento estas la *folyeto* PRE*;* la geometrio de folyeton, or *folyetara geometrio,* estas la pley jenerala el omtiun, kar folyeto estas la sintezo de la tri fundamentan elementon (punkto P, reglo R, k. edro E*).* Ti geometrio estas sisparametra, kar la pozicio de irg ni folyeto dipendas de sis parametron, or koordinaton; ji estas unsexa, kar la figuro geandra ye folyeto ulsor estas folyeto; fine, ji estas qadratika slokaraktere, kar:

lineara	*monoserio*	de folyeton estas difinata per	*3 folyeton,*
„	*biserio*	„ „ „ „ „	*4* „
„	*triserio*	„ „ „ „ „	*5* „
„	*tetraserio*	„ „ „ „ „	*6* „
„	*pentaserio*	„ „ „ „ „	*7* „

kay reciproke:

2	*linearan*	*pentaserion* e su sekcas slo *lineara*	*tetraserio,*
3	„	„ „ „ „ „	*triserio,*
4	„	„ „ „ „ „	*biserio,*
5	„	„ „ „ „ „	*monoserio,*
6	„	„ „ „ „	*dufolyeto* (folyetparo).

Cetere la qadratika karaktero de l'folyetara geometrio estas qik rekonibla pro la fakto, ke la fundamenta reciprokrelato inter du folyeton (geandran figuron) entenas arbitera konstanto c. Efekte:

Du folyeton PRE *k.* $P'R'E'$ *estas reciprokan, pere de indico* c, *kiam lu plenumas la kondito:*

$$h \ tang \ \frac{\omega}{2} = c,$$

en kiu h estas la glitlongo kay ω la angulo de la helicmovo, per kiu la folyeto povas migri de la pozicio PRE al la pozicio $P'R'E'$, or reciproke.[1]

[1] Ti remarkabla formo de la reciprokrelato inter du folyeton estis unmafoye sugestita al mi da nua bone konata samideano Prof. R. Bricard, el Parizo.

Se una el la du folyeton, exemple PRE, estas fixa, la alia folyeto $P'R'E'$, konforme al la ci-sura kondito, naskas lineara pentaserio, kiu ludas, en folyetara geometrio, la sama rolo, kie la lineara komplexo en reglara geometrio.

Kiam indico c estas nula, folyeton PRE k. $P'R'E'$ plenumas la kondito: $h \; tang \frac{\omega}{2} = 0$ (t. e.: $h = 0$, or $\omega = 0$), kay la koresponda lineara pentaserio estas *speciala*. Oni tiam diras, ke folyeton PRE k. $P'R'E'$ estas „reciprokan pere de indico nul", or pli simple, ke lu estas „reciprokan", sen mencii ni indico; kay tio signifas, ke la folyeto povas migri de la pozicio PRE al la pozicio $P'R'E'$ per nura rotaco (sen glitmovo), or reciproke.

REMARKO. — La folyetara geometrio estas identa al la *korpara geometrio*, t. e. al la geometrio de rigidan korpon en spaco, kar nu yam konstatis, ke folyeto estas figuro eqalvalora al un *pozicio* de irg nia rigida korpo.[1]

IV. LA DUDIMENSIAN SPACON.

Existas du specon de spaco dudimensia: la *plana spaco*, or *plano*, kay la *cirkerpunkta spaco*, or *angula spaco*. Omdu tin spacon havas strukturo duala, or dusexa.

1. — LA PLANA SPACO or PLANO. — Existas en plano du fundamentan grandon: la *longo* k. la *angulo*. Al la longo korespondas la *punkto*, kar longo estas la grando kushanta inter du punkton *(punktlongo)*. Al la angulo korespondas la *reglo*, or *latro*, kar angulo estas la grando kushanta inter du latron *(latrangulo)*.

Kie en la tridimensia spaco, la figuro, formita da du punkton P k. P', nomivas *dupunkto* or *punktoparo;* la figuro formita da du punkton P, P', kay da la rektopeco PP', nomivas *dupunktlongo*, or *segmento;* kay la longo kushanta inter P k. P' nomivas *punktlongo*, or simple *longo* PP'.

La figuro formita da du reglon, or latron, R, R', nomivas *dulatro*, or *latroparo;* la figuro formita da du latron R, R', kay da la faskopeco RR' nomivas *dulatrangulo;* fine, la angulo kushanta inter la latron R k. R', nomivas *latrangulo*, or simple *angulo* RR'.

Pli jenerale, la figuro, formita da pluran latron, nomivas *plurlatro*, or *plurangulo;* exemple: *trilatro* or *triangulo*, *qarlatro* or *qarangulo*, *qinlatro* or *qinangulo*, &c.

La fundamenta geometrio de l' plana spaco estas dusexa, kar ji estas fondita sur la reciprokrelato, kiu existas en ti spaco inter punkto k. latro (geandran figuron):

Punkto P k. latro R estas reciprokan, kiam lu plenumas la kondito:

$$d = 0,$$

en kiu d signas la interspaco, or disto, inter punkto P k. latro R; alivorte, P k. R estas reciprokan, kiam P situas sur la rekto koincidanta kun latro R.

---

[1] Por pluan detalon koncerne la folyetara geometrio vidu diversan artiklon, publikigitan en la *Archives des sciences physiques et naturelles*, Genevo (1898 - 1919), kay en la 36ma tomo de la *Mémoires de la Société de Physique*, Genevo. Ulsor en la *Internacia Scienca Revuo*, 1909.