Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 20 (1918)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: P. Boutroux. — Les Principes de l'analyse mathématique. Exposé historique et critique. Tome II (La Géométrie algébrique. Extensions de l'Algèbre et constructions logiques. Développements en séries. La Méthode analytique. Analyse infinitésimale. Analyse des principes. Analyse de la notion de fonction). — 1 vol. gr. in-8° de 512 p. et 109 fîg. ; 20 fr. ; A. Hermann, Paris, 1919.

Autor: Buhl, A.

Pour qu'on puisse s'en faire une idée, nous reproduisons ici les titres des chapitres composant l'ouvrage.

INTRODUCTION. *Rappel de notions fondamentales relatives aux vecteurs, aux segments, aux angles, aux projections.*

CH. I. *Coordonnées. Représentation analytique des lignes et des surfaces.* — II. *La droite et le plan.* — III. *Eléments de l'Infini. Eléments imaginaires.* — IV. *Propriétés générales des lignes et des surfaces de la Géométrie réelle.* — V. *Courbes et surfaces algébriques.* — VI. *Des lieux géométriques.* — VII. *Etude sommaire de quelques transformations. Notions sur l'homographie.* — VIII. *Corrélations. Tangentes. Enveloppes.* — IX. *Longueur d'un arc. Courbure.* — X. *Les courbes du second ordre.* — XI. *Surfaces du second ordre ou quadriques.* — XII. *Intersection de deux quadriques.* — XIII. *Courbure des lignes tracées sur une surface.*

COMPLÉMENTS. *Application des déterminants; coniques et quadriques. Détermination des figures; notions générales. Détermination des coniques et des quadriques. Invariants.*

Nous avons le ferme espoir que l'ouvrage de M. Bouligand obtiendra le succès qu'il mérite. Il rendra de grands services aux professeurs aussi bien qu'aux élèves, et sera un nouvel instrument de progrès pour la science et pour l'enseignement.

C.-A. LAISANT.

P. BOUTROUX. — **Les Principes de l'analyse mathématique.** Exposé historique et critique. *Tome II* (La Géométrie algébrique. Extensions de l'Algèbre et constructions logiques. Développements en séries. La Méthode analytique. Analyse infinitésimale. Analyse des principes. Analyse de la notion de fonction). — 1 vol. gr. in-8° de 512 p. et 109 fig.; 20 fr.; A. Hermann, Paris, 1919.

La guerre a beaucoup retardé la publication de ce second volume dont l'esprit philosophique et scientifique devrait être analysé comme il a déjà été fait ici lors de la publication du tome premier (t. XVI, 1914, p. 151).

On juge encore mieux de l'œuvre maintenant qu'on l'a sous les yeux absolument au complet. Dans son ensemble, elle est essentiellement initiatrice et contient un cours très complet de mathématiques générales, tout en contenant d'ailleurs beaucoup plus avec ses pénétrantes remarques historiques, philosophiques et même littéraires. Et, par delà ce premier programme, elle conduit le lecteur jusqu'au seuil de la moderne théorie des fonctions, jusqu'aux points où le continu a été disséqué par la théorie des ensembles de manière à laisser apercevoir son squelette arithmétique d'une manière aussi simple que possible.

Bien remarquables sont les pages consacrées à la construction logique des mathématiques. Tout en signalant les difficultés probablement insurmontables de la question, l'auteur, en ayant recours à la notion de *classe*, montre qu'on peut, avec elle, concevoir une genèse commune aux principes de l'arithmétique et à ceux de la géométrie; il a ainsi une occasion simple de parler des groupes et de la géométrie non-euclidienne.

L'idée de construction logique conduit aussi à quelques pages fort intéressantes sur les logiques mathématiques dues à Peano, Russell,... logiques qui sont malheureusement d'un mécanisme plus intéressant que fécond.

Après le calcul intégral, les limites, bref après toute l'étude du continu analytique, M. Boutroux place la géométrie différentielle, où l'on s'élève aux propriétés géométriques finies en partant des propriétés infinitésimales, et il y joint, tout naturellement, la mécanique différentielle qui, en somme, se définit tout comme la géométrie ainsi qualifiée.

Et quant à l'analyse des principes conduisant aux extensions mathématiques modernes, analyse déjà mentionnée tout à l'heure, elle nous fait pressentir toutes les singularités plus ou moins bizarres qui naissent, d'une part. sur les notions mêmes de continuité et d'analyticité, d'autre part, dans les fonctions analytiques elles-mêmes.

Pour celles-ci nous retrouvons les séries fondamentales (Taylor, Laurent,...) et des exemples très explicites empruntés aux fonctions elliptiques.

La conclusion est que la science redevient hellène et le savant contemplatif. Les Grecs avaient raison quant à leur idée mystique et extérieure de la science ; celle-ci n'est pas absolument notre œuvre puisque chaque grande construction scientifique humaine nous révèle des choses que nous n'avons pas su y mettre.

Beaux thèmes de discussion pour philosophes assez mathématiciens pour parler vraiment des mathématiques en connaissance de cause ; l'œuvre de M. Pierre Boutroux, tout en étant utile à de nombreuses catégories d'élèves, augmentera certainement le nombre de ces philosophes-là

A. Buhl (Toulouse).

F.-C. Clapier, professeur au Lycée Gassendi (Digne). — **Sur les surfaces minima ou élassoïdes,** thèse présentée à la Faculté des sciences de Paris pour obtenir le grade de docteur ès sciences mathématiques, mai 1919. — Une brochure in-4° de 63 pages ; Gauthier-Villars & Cie, Paris.

Le travail de M. F.-C. Clapier a pour objet d'apporter une contribution à l'étude des surfaces minima ou élassoïdes. L'auteur s'est spécialement placé sous le point de vue de A. Ribaucour. Un premier chapitre est consacré à des généralités sur la géométrie de ces surfaces remarquables et à l'application des formules de A. Ribaucour. Dans les trois chapitres suivants, les surfaces minima sont étudiées dans leurs relations avec leur représentation sphérique. Entre autres applications intéressantes, il y a lieu de relever celle de la *détermination des surfaces minima admettant pour représentation sphérique de leurs lignes de courbure le réseau isotherme qui correspond aux lignes de courbure d'une quadrique.*

M. Clapier montre, en outre, comment diverses méthodes géométriques permettent d'obtenir l'intégration de certaines équations aux dérivées partielles.

Dans un cinquième chapitre, consacré aux trajectoires orthogonales de certains systèmes de surfaces minima, l'auteur revient sur une question qu'il avait précédemment étudiée et qui paraît être le point de départ de ses recherches : *Sur la recherche des surfaces minima*, dans les *Nouvelles Annales de Mathématiques* (4), t. XIV, août 1914, p. 359-363.

La méthode indiquée est une application de la formule

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = -\left(\frac{\partial c}{\partial x} + \frac{\partial c'}{\partial y} + \frac{\partial c''}{\partial z}\right),$$

exprimant la courbure moyenne d'une surface générale en fonction de la divergence d'un vecteur unitaire (c, c', c'') porté par la normale. La surface