

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 19 (1917)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR UNE TRANSFORMATION PROJECTIVE CONDUISANT A QUELQUES PROPRIÉTÉS MÉTRIQUES
Autor: Gonseth, F.
Kapitel: I
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-17329>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 01.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

valeurs quelconques de p et a . Aussi n'avons-nous pas démontré par induction que ce qui a lieu pour quelques valeurs de p et a serait aussi le cas pour des valeurs plus considérables.

A mon avis le cas traité est exceptionnel, et ne permet pas ces preuves ordinaires. En vérité, il me semble suffire que nous soyons à même d'éprouver l'exactitude de la loi que nous venons d'énoncer pour autant de nombres premiers que nous voulons, et de savoir que, dans autant de cas, notre exposition sera juste.

Copenhague, le 1^{er} juillet 1916.

SUR UNE TRANSFORMATION PROJECTIVE CONDUISANT A QUELQUES PROPRIÉTÉS MÉTRIQUES

PAR

F. GONSETH (Zurich).

I

1. — Dans un plan non-euclidien, nous allons supposer que la conique absolue soit réciproque de celle du plan euclidien, c'est-à-dire qu'elle se réduise à deux droites. Nous examinerons ensuite la métrique de ce plan avec un œil euclidien.

Aux notions *d'angle de deux droites*, de *distance d'un point à une droite*, et de *distance de deux points* vont correspondre les notions au sens non-euclidien de distance de deux points, de distance d'une droite à un point, et d'angle de deux droites.

2. — Supposons que la conique absolue de ce plan soit formée des deux droites isotropes de l'origine

$$x^2 + y^2 = 0 .$$

Pour passer des premières notions précitées aux secondes, il suffit de remplacer dans les formules usuelles les coordonnées (x, y) d'un point, par celles (u, v) d'une droite ; et l'équation des points cycliques

$$u^2 + v^2 = 0$$

par celle des droites isotropes de l'origine

$$x^2 + y^2 = 0 .$$

3. — Le plan non-euclidien à étudier se déduit du plan euclidien par une simple *polarité* suivant le cercle imaginaire

$$x^2 + y^2 + 1 = 0$$

ou par une *antipolarité* suivant le cercle de rayon unité. Le centre de ce cercle sera dit aussi *centre de la transformation*.

4. — La distance non-euclidienne de deux points P_1, P_2 est évidemment égale à l'angle des rayons OP_1 et OP_2 .

La distance D d'une droite d , de coordonnées (u, v) à un point $P(x, y)$ est donnée par la formule suivante :

$$D = \frac{ux + vy + 1}{(x^2 + y^2)^{1/2}} = \frac{ux + vy + 1}{(u^2 + v^2)^{1/2}} \cdot \frac{(u^2 + v^2)^{1/2}}{(x^2 + y^2)^{1/2}}.$$

Cette distance est donc égale au quotient de la distance euclidienne δ de P à d , par le produit des distances euclidiennes r de O à P , et p de O à d .

$$D = \frac{\delta}{r \cdot p}.$$

L'angle Φ de deux droites d_1, d_2 , de coordonnées (u_1, u_2) et (v_1, v_2) (correspondant à la distance de deux points du plan euclidien) s'obtient comme suit :

Soit R le point d'intersection de d_1 et d_2 ; une perpendiculaire en O sur OR les coupe en M_1 et M_2 .

Or :

$$\overline{OR} = \frac{\sqrt{(v_1 - v_2)^2 + (u_1 - u_2)^2}}{u_1 v_2 - u_2 v_1},$$

$$\text{tg } \widehat{ORM_1} = \frac{u_1 v_2 - v_1 u_2}{u_1^2 + v_1^2 - u_1 u_2 - v_1 v_2}.$$

D'où il résulte :

$$\Phi = \frac{1}{OM_1} - \frac{1}{OM_2}.$$

II

5. — Nous appliquons tout d'abord cette transformation au cas le plus simple possible; les propriétés les plus connues des coniques vont se trouver être les transformées de propriétés immédiates du cercle.

Un cercle, C , passe par les points cycliques; sa courbe correspondante sera donc une conique γ touchant les isotropes du point O ; une conique dont O est par conséquent un foyer. O ayant été