

|                     |                                                                                 |
|---------------------|---------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Zeitschrift:</b> | L'Enseignement Mathématique                                                     |
| <b>Herausgeber:</b> | Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique                        |
| <b>Band:</b>        | 19 (1917)                                                                       |
| <b>Heft:</b>        | 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE                                                  |
| <b>Kapitel:</b>     | Remarques sur le problème de Jean de Palerme et de Léonard de Pise (Fibonacci), |

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 16.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Tout ce problème est ainsi ramené à la sommation de progressions géométriques.

On trouve facilement  $\sum_{\lambda=0}^{n-1} \lambda \cdot 2^{\lambda} = 2 + (n-1) \cdot 2^{n+1}$ .

On en déduit immédiatement  $\sum_{\lambda=0}^{n-1} (\lambda + 1) \cdot 2^{\lambda} = 1 + n \cdot 2^{n+1}$ ,

et ce résultat, combiné avec la décomposition (a) du nombre  $n$  des disques, conduit à la formule cherchée

$$T_n = 1 + (\lambda + r) \cdot 2^{\lambda+1}$$

L.-G. DU PASQUIER (Neuchâtel).

Remarques sur le problème de Jean de Palerme  
et de Léonard de Pise (Fibonacci),

*à propos d'un article de M. E. Turrière.*

Il est intéressant de rapprocher les recherches publiées récemment par MM. Hæntzschel<sup>1</sup> et Turrière<sup>2</sup> sur le problème de Jean de Palerme et de Léonard de Pise. Tandis que M. Turrière ne fait usage que de moyens élémentaires, M. Hæntzschel montre comment l'emploi des fonctions  $p$  de Weierstrass facilite l'étude approfondie de ces problèmes arithmo-géométriques.

D'après le 7<sup>e</sup> exemple du 3<sup>e</sup> livre de l'Arithmétique de Diophante, il s'agit de trouver trois nombres en progression arithmétique  $(a-d, a, a+d)$  et tels que la somme de deux des nombres soit chaque fois un carré parfait.

Diophante cherche d'abord trois nombres carrés qui sont en progression arithmétique

$$2a-d=r^2, \quad 2a=t^2, \quad 2a+d=w^2;$$

il trouve

$$41^2 - 720 = 31^2, \quad 41^2, \quad 41^2 + 720 = 49^2.$$

<sup>1</sup> *Jahresbericht der D. M.-V.*, 24<sup>e</sup> année, 1915, p. 467-471, Lösung einer Aufgabe aus der Arithmetik des Diophante; 25<sup>e</sup> année, 1916, p. 139-145, Ueber eine Aufgabe aus der Arithmetik des Diophante.

<sup>2</sup> *L'Enseign. mathém.*, 17<sup>e</sup> année, 1915, p. 315-324, Le problème de Jean de Palerme et de Léonard de Pise.

Mais c'est la première question de Jean de Palerme à Léonard de Pise (Fibonacci) qui a donné la solution

$$\left(\frac{41}{12}\right)^2 - 5 = \left(\frac{31}{12}\right)^2, \quad \left(\frac{41}{12}\right)^2, \quad \left(\frac{41}{12}\right)^2 + 5 = \left(\frac{49}{12}\right)^2.$$

Il est clair que

$$\left(\frac{w+r}{2}\right)^2 + \left(\frac{w-r}{2}\right)^2 = t^2,$$

d'où il suit que  $\frac{w-r}{2}$ ,  $\frac{w+r}{2}$  et  $t$  sont des nombres rationnels de Pythagore.

M. Hæntzschel a démontré [l. c., 24<sup>e</sup> année, p. 468, (5) et p. 469, (7)-(11)] que l'expression générale de la série est :

$$2a - d = p(u) - e_3 = \frac{n^2}{4k^2}(2k^2 - 4k + 1)^2 = r^2;$$

$$2a = p(u) = \frac{n^2}{4k^2}(2k^2 - 2k + 1)^2 = t^2;$$

$$2a + d = p(u) - e_1 = \frac{n^2}{4k^2}(2k^2 - 1)^2 = w^2;$$

$$d = e_3 = -e_1 = \frac{n^2}{k}(2k^2 - 3k + 1),$$

où  $p(u)$  est la fonction elliptique de Weierstrass. C'est la solution primitive selon Fermat. Voici la solution complète du problème de Jean de Palerme (*Jahresbericht*, 25<sup>e</sup> année, p. 142), où  $\delta$  est une valeur spéciale de la différence  $d$ .

$$p(u) - \delta, \quad p(u), \quad p(u) + \delta;$$

$$p(2u) - \delta, \quad p(2u), \quad p(2u) + \delta;$$

$$p(3u) - \delta, \quad p(3u), \quad p(3u) + \delta;$$

...

$$p(nu) - \delta, \quad p(nu), \quad p(nu) + \delta.$$

$$p(2u) = \frac{n^2[(2k^2 - 2k + 1)^4 + 16k^2(2k^2 - 3k + 1)^2]^2}{16k^2(2k^2 - 1)^2(2k^2 - 2k + 1)^2(2k^2 - 4k + 1)^2};$$

$$p'(nu)^2 = 4p(nu)[p^2(nu) - d^2];$$

$$p(3u) = p(u) + \frac{p'(u) \cdot p'(2u)}{(p(2u) - p(u))^2} \quad (l. c., p. 470, 471, 443).$$

*Exemples.* A.  $k = 5$ ;  $n = \frac{5}{6}$ ; d'où suit  $2a = \left(\frac{41}{12}\right)^2$ ;  $d = \delta = 5$ .  
(Léonard de Pise.)

$$a) \quad \left(\frac{41}{12}\right)^2 - 5 = \left(\frac{31}{12}\right)^2; \quad \left(\frac{41}{12}\right)^2; \quad \left(\frac{41}{12}\right)^2 + 5 = \left(\frac{49}{12}\right)^2.$$

$$b) \quad \frac{3\ 344\ 161^2}{24^2 \cdot 31^2 \cdot 41^2 \cdot 49^2} - 5 = \frac{113\ 279^2}{24^2 \cdot 31^2 \cdot 41^2 \cdot 49^2}; \quad \left(\frac{3\ 344\ 161}{24 \cdot 31 \cdot 41 \cdot 49}\right)^2;$$

$$\left(\frac{3\ 344\ 161}{24 \cdot 31 \cdot 41 \cdot 49}\right)^2 + 5 = \left(\frac{4\ 728\ 001}{24 \cdot 31 \cdot 41 \cdot 49}\right)^2. \quad \text{etc.}$$

B.  $k = -1$ ,  $n = -2$ ; d'où il suit  $2a = 25$ ;  $d = \delta = -24$   
(*Jahresbericht*, 25<sup>e</sup> année, 1916, p. 142-145).

$$a) \quad 5^2 - 24 = 1^2; \quad 5^2; \quad 5^2 + 24 = 7^2.$$

$$b) \quad \left(\frac{1201}{70}\right)^2 - 24 = \left(\frac{1451}{70}\right)^2; \quad \left(\frac{1201}{70}\right)^2; \quad \left(\frac{1201}{70}\right)^2 + 24 = \left(\frac{1249}{70}\right)^2.$$

$$c) \quad \left(\frac{7\ 776\ 485}{1\ 319\ 901}\right)^2 - 24 = \left(\frac{4\ 319\ 999}{1\ 551\cdot 851}\right)^2; \quad \left(\frac{7\ 776\ 485}{1\ 319\ 901}\right)^2;$$

$$\left(\frac{7\ 776\ 485}{1\ 319\ 901}\right)^2 + 24 = \left(\frac{10\ 413\ 607}{1\ 551\cdot 851}\right)^2. \quad \text{etc.}$$

Dans le travail de M. Turrière on aurait

$$x^1 = p(3u), \quad \text{voir p. 316, (3)} \quad \text{et} \quad x_2^1 = p(2u), \quad \text{voir p. 320, (10).}$$

(D'après une lettre de M. HÄNTZSCHEL. *La Réd.*)