

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 19 (1917)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** SUR QUELQUES REPRÉSENTATIONS ARITHMÉTIQUES DES FONCTIONS ANALYTIQUES  
**Autor:** Kienast, A.  
**Kapitel:** II  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-17319>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 20.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

grale représentée par la série convergente

$$V(x) = \sum_{n=0}^{\infty} [a_n + b_n \log x] x^n .$$

Les considérations faites se rapportent au cas le plus spécial du problème suivant : Déterminer le développement en série d'une intégrale particulière de l'équation différentielle

$$P(y) = \sum_{i=0}^n p_i(x) x^i y^{(i)} = \sum_{k=0}^m x^{\alpha_k} [\varphi_{0k}(x) + \varphi_{1k}(x) \lg x + \dots + \varphi_{\beta_k k}(x) (\lg x)^{\beta_k}] ,$$

$$p_i(x) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} a_{i\lambda} x^{\lambda} ,$$

valable dans le voisinage du point singulier  $x=0$  pour lequel les intégrales de  $P(y)=0$  sont toutes régulières. On trouvera les résultats pour le cas général dans le mémoire cité plus haut.

De la même manière j'arrive dans ce mémoire à l'expression en série représentant asymptotiquement une intégrale particulière de l'équation différentielle

$$P(y) = \sum_{i=0}^n x^{s(n-i)} \cdot p_i(x) y^{(i)} = e^{\frac{\beta x^{t+1}}{t+1} + \frac{\beta_1 x^t}{t} + \dots + \beta_t x} \cdot x^{\sigma} \left[ C_0 + \frac{C_1}{x} + \dots \right] ,$$

$$p_i(x) = a_i + \frac{a_{i_1}}{x} + \frac{a_{i_2}}{x^2} + \dots ; \quad a_n \neq 0 ,$$

quand  $x$  grandit indéfiniment en étant positif.

## II

On connaît plusieurs moyens pour former une intégrale définie représentant une solution particulière de (3). A ce but conduisent la méthode de la variation des constantes et un théorème de Cauchy, voir *Comptes Rendus*, T. 11, p. 2 (1840). Soit

$$\int_{x_0}^x W(x, t) dt$$

cette intégrale définie cherchée, il doit être possible de déterminer la constante  $C$  telle que l'équation subsiste

$$Cy_1(x) + V(x) = \int_{x_0}^x W(x, t) dt .$$

Or dans le cas présent il est plus simple de la tirer des équations

$$xy' - xp(x)y = x^\alpha \cdot \varphi(x) ,$$

$$xy_1' - xp(x)y_1 = 0 ,$$

qui donnent

$$x[y_1 \cdot y' - y \cdot y_1'] = x^\alpha \cdot y_1 \cdot \varphi(x)$$

$$\frac{d}{dx} \left[ \frac{y}{y_1} \right] = \frac{x^{\alpha-1} \cdot \varphi(x)}{y_1(x)} ,$$

ou

$$\left| \frac{V(x)}{y_1(x)} \right|_{x_0}^x = \int_{x_0}^x \frac{x^{\alpha-1} \cdot \varphi(x)}{y_1(x)} dx ; \quad (9)$$

car on a

$$\left| \frac{y(x)}{y_1(x)} \right|_{x_0}^x = \left| \frac{Cy_1(x) + V(x)}{y_1(x)} \right|_{x_0}^x = \left| \frac{V(x)}{y_1(x)} \right|_{x_0}^x .$$

C'est la formule principale et, comme l'équation différentielle (3) joue un rôle fondamental, je l'appelle *équation différentielle de liaison*.

Dans le mémoire plusieurs fois cité je fais la démonstration d'une formule analogue pour le cas général d'une équation différentielle de liaison de  $n^{\text{ième}}$  ordre.

Connaissant la forme analytique des fonctions  $V$ ,  $y_1$ ,  $\varphi$  il s'ensuit :

THÉORÈME : Les deux membres de (9) convergent pour  $\lim x_0 = 0$ , si  $R(\alpha) > 0$ ,  $R(\alpha)$  désignant la partie réelle de la quantité  $\alpha$ .