SALMON-FIEDLER. — **Analytische Geometrie der Kegelschnitte** von George SALMON. Nach der freien Bearbeitung von Wilh. FIEDLER. Neu herausgegeben von Fried. DINGELDEY. Achte Auflage. Erster Teil. — 1 vol. in-8°, xxx-452 p.; relié, 12 M.; B. G. Teubner, Leipzig.

La première édition allemande du *Treatise on conic sections* (Dublin, 1848) de Salmon remonte à 1860. W. Fiedler, professeur à l'Ecole polytechnique de Zurich, publia les sept premières éditions, en apportant chaque fois des remaniements et des compléments. A la suite du décès du savant géomètre, c'est M. Dingeldey qui s'est chargé de la publication de ce traité qui, depuis la cinquième édition, paraît en deux volumes. A son tour il introduit quelques modifications afin de tenir compte des besoins et de l'état actuel de l'enseignement scientifique.

Il est inutile de rappeler ici le contenu de ce traité classique consacré à la géométrie analytique à deux dimensions. Cette première partie comprend l'étude des coordonnées, de la droite, des formes projectives, du cercle, de l'ellipse, de l'hyperbole et de la parabole.

F. Gomes TEIXEIRA. — **Sur les problèmes célèbres de la Géométrie élémentaire** non résolubles avec la règle et le compas. — 1 vol. grand in-8°, 132 p.; Imprimerie de l'Université, Coïmbre, 1915.

Dans ce volume, le savant géomètre portugais, M. F. G. Teixeira, a groupé les principales solutions qui ont été proposées pour la résolution des problèmes célèbres de la Géométrie élémentaire non résolubles à l'aide de la règle et du compas. Ces problèmes sont, comme on sait, la duplication du cube, la trisection de l'angle et la quadrature du cercle. Ces trois problèmes font l'objet des troix premiers chapitres dans lesquels l'auteur expose, dans leur ordre chronologique, les solutions les plus remarquables en ayant soin de rappeler les sources historiques.

I. Le problème de la *duplication du cube,* désigné souvent sous le nom de problème de Délos, a pour but de déterminer un cube dont le volume soit le double de celui d'un cube donné. Hippocrate de Chio a réduit ce problème à celui de la *détermination de deux moyennes proportionnelles entre deux segments* a *et* b, c'est-à-dire à celui de la détermination de deux segments x et y vérifiant les équations

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{y} = \frac{y}{b} , \qquad \text{ou} \qquad xy = ab , \qquad x^3 = a^2 b .$$

Le problème de la duplication du cube correspond au cas $b = 2a$.

M. Teixeira expose les solutions dues aux géomètres grecs Platon, Architas, Eudoxe, Menechme, Héron, Phylo-Bizantinus, Apollonius, Eratosthène, Nicomède, Dioclès, puis celles qui ont été données après la Renaissance par Viète, Villapandus, Gruenbergerius, Descartes, Fermat. Sluse, Newton, Viviani, Hughens, Clairaut et Montucci.

II. La plus ancienne des méthodes connues pour résoudre le problème de la *division de l'angle en trois parties égales* est due à Hippias, qui fait usage d'une courbe qu'il a inventée et qui a été nommée plus tard *quadratrice* de Dinostrate. Viennent ensuite les méthodes d'Archimède, de Nicomède, de Pappus, puis, après la Renaissance, celle d'Etienne Pascal, de Descartes, de Fermat, de Kinner, de T. Ceva, de Maclaurin, de Delanges, de Chasles, de Lucas, de Catalan, de Longchamps, de Kempe.

III. Le chapitre consacré à la quadrature du cercle débute par une Notice sur les premiers documents concernant ce célèbre problème. Le document le plus ancien rencontré jusqu'à présent est le *Papirus Rhind*. Parmi les géomètres de l'ancienne Grèce qui se sont occupés de cette question on trouve les noms d'Anaxagore, d'Hippocrate de Chio, d'Antiphon, de Bryson et d'Archimède. Les méthodes graphiques proposées reposent sur l'emploi de courbes qu'ils ont nommées *quadratrices*. L'auteur signale ensuite les méthodes qui ont été données plus tard pour le calcul ou pour la construction de π, par Viète, Adriane Romanus, L. van Ceulen, Snellius, Huygens, James Gregory, Descartes, Euler, Legendre, Wallis, etc.

IV. Dans un dernier chapitre M. Teixeira examine l'impossibilité de la résolution, à l'aide de la règle et du compas, des trois problèmes qu'on vient de rappeler. Abordée par Descartes, l'impossibilité d'une telle solution n'a été définitivement établie qu'au XIXe siècle, grâce aux travaux de Gauss, d'Abel, de Petersen, d'Hermite, de Lindemann, de Gordan et d'autres. Pour ce qui concerne plus particulièrement l'impossibilité de la quadrature du cercle, l'auteur adopte la démonstration de Gordan, exposée d'une manière très claire et élémentaire par M. Klein dans ses « Vorträge über ausgewählte Fragen der Elementargeometrie » ; il y apporte quelques simplifications et remplace l'analyse symbolique qu'on y emploie, par une analyse ordinaire.

H. F.

Ch. de la Vallée-Poussin. — **Intégrales de Lebesgue. Fonctions d'ensemble. Classes de Baire.** — Leçons professées au Collège de France. — 1 vol. in-8° de VIII-154 pages ; 7 fr. ; Gauthier-Villars, Paris, 1916.

Les effroyables malheurs de la Belgique ont amené M. de la Vallée-Poussin à l'Université de Harward et au Collège de France. Ce n'est pas une compensation et il aurait pu y venir sans cela ; c'est cependant une répercussion fort heureuse en soi et qui nous vaut un élégant volume relatif à des questions présentées parfois sous une apparence sévère.

La théorie des ensembles, qui n'est guère qu'une sorte de classification quand il s'agit des ensembles dénombrables, présente immédiatement une richesse surprenante dès qu'on aborde le continu et les ensembles de même puissance. L'antique et instinctive notion de *mesure* du continu s'étend alors d'une manière prodigieuse. Dans les ensembles *mesurables*, si bien étudiés par M. Borel, la notion d'intégrale est immédiatement généralisable et devient celle de M. Lebesgue.

Un autre point de vue se superpose à ceux-ci.

Considérons la fonction caractéristique d'un ensemble, définie comme étant égale à 1 sur tous les points de l'ensemble et à zéro partout ailleurs ; en général, ce sera une fonction discontinue. Or il se trouve que toutes les fonctions discontinues que l'on peut avoir à considérer ainsi ont été irréprochablement classées et définies par M. Baire.

En fait les travaux de MM. Borel, Lebesgue et Baire se trouvent s'équivaloir, à condition peut-être de faire quelques arrangements de détail nécessaires pour bien comparer les résultats obtenus isolément ; c'est justement là un point dont s'occupe M. de la Vallée-Poussin et, pour les travaux en question, ce n'est pas une mince preuve de valeur que de pouvoir se superposer après avoir été conçus sous trois aspects divers. Et maintenant l'élégante perfection des théories mathématiques définitives est un fait absolument acquis dans ces domaines.