

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 18 (1916)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** SUR LES CONGRUENCES D'ORDRES UN ET DEUX DE CUBIQUES GAUCHES  
**Autor:** Godeaux, Lucien  
**Kapitel:** §2. — Congruences d'ordre deux de cubiques gauches.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-16874>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 22.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

§ 2. — *Congruences d'ordre deux de cubiques gauches.*

4. — Soit maintenant  $\Sigma$  une congruence d'ordre deux, formée de cubiques gauches  $C$ . Les cubiques de  $\Sigma$  passant par les points de l'une d'entre elles, forment une surface  $\Phi$ , sur laquelle elles constituent un faisceau rationnel de courbes rationnelles, sauf dans le cas où les  $\infty^2$  courbes de  $\Sigma$  se distribuent en  $\infty^1$  systèmes d'indice 2 situés sur  $\infty^1$  surfaces  $\Phi'$ . Il résulte d'un théorème bien connu dû à M. Noëther, que  $\Phi$  est rationnelle. Imaginons une surface  $F$  dont les points représentent, sans exception, les courbes  $C$  de  $\Sigma$ . Aux surfaces  $\Phi$  correspondent, sur  $F$ , des courbes rationnelles  $\Gamma$ . Or, d'après un théorème de MM. Castelnuovo et F. Enriques<sup>1</sup>,  $F$ , contenant un système continu de courbes rationnelles, est rationnelle.

Reste à examiner le cas où les cubiques de  $\Sigma$  se distribuent sur  $\infty^1$  surfaces  $\Phi'$  en formant sur chacune de ces surfaces un système d'indice deux. Il est alors facile de démontrer que les surfaces  $\Phi'$  sont rationnelles. De plus, ces surfaces forment un faisceau, sans quoi  $\Sigma$  serait d'ordre supérieur à deux. La surface  $F$ , définie comme plus haut, contient un faisceau de courbes rationnelles (image des  $\Phi$ ) et est donc rationnelle.

Par suite :

*Une congruence d'ordre deux, formée de cubiques gauches, est rationnelle.*

5. — La congruence  $\Sigma$ , d'ordre deux, étant rationnelle, on peut établir entre cette congruence et une congruence linéaire  $G$  de droites  $d$  une correspondance birationnelle  $T$ .

— Considérons en outre une collinéation  $\Omega$  et un point  $P$ , sans relation avec la congruence  $\Sigma$ .

Par un point  $A$  passe une seule droite de  $G$ . A cette droite correspond, par  $T$ , une cubique  $C$  de  $\Sigma$ . Par  $P$  passe une seule bisécante  $b$  de cette courbe  $C$ . A  $b$  correspond, par  $\Omega$ , une droite déterminant (en général) un plan avec  $A$ . A ce

<sup>1</sup> *Annali di Matematica*, 1901.

plan correspond un plan passant par  $b$  et rencontrant  $C$ , en dehors de cette droite, en un point  $B$  que nous dirons par définition correspondre à  $A$ .

Inversement, par un point  $B$  passent deux cubiques  $C_1, C_2$  de  $\Sigma$  et  $T$  fait correspondre à ces cubiques deux droites  $d_1, d_2$  de  $G$ . Par  $P$  passent deux droites  $b_1, b_2$  bisécantes respectivement de  $C_1, C_2$ . Aux plans  $(B, b_1), (B, b_2)$ ,  $\Omega$  fait correspondre deux plans rencontrant respectivement les droites  $d_1, d_2$  en deux points  $A_1, A_2$ .

On a établi ainsi, entre les points  $A, B$ , une correspondance  $(2, 1)$  qui fait correspondre à une droite de  $G$  une cubique gauche de  $\Sigma$  et inversement, une cubique gauche de  $\Sigma$  à deux courbes dont l'une est une droite de  $G$ . Par suite :

*Etant donnée une congruence d'ordre deux formée de cubiques gauches, il est toujours possible de construire une transformation  $(2, 1)$  qui fasse correspondre les droites d'une congruence linéaire aux cubiques de cette congruence.*

Ramscappelle, 10 décembre 1915.

---

## MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

---

### A propos du problème XXVIII de la Géométrie de Lemoine.

*Démonstration élémentaire,<sup>1</sup> de la solution due à M. Maurice d'Ocagne  
par Fr. REDL (St-Poelten).*

Le problème XXVIII de la *Géométrie de LEMOINE* (*collection Scientia*) est énoncé comme suit : *Par un point  $A$ , mener une droite au point de concours inaccessible de deux droites  $BB', CC'$ .* Le tracé donné par l'auteur est dû à M. Maurice d'Ocagne (*Journ. de Math. Elém.* de Longchamps, 1886, p. 59).

La solution suivante est obtenue par la considération de la bissectrice d'un angle et de la projection parallèle et respectivement de la projection centrale de la figure.

---

<sup>1</sup> Traduit de l'allemand par A. Staempfli, Zurich.