Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 18 (1916)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: DES EQUATIONS PRIMITIVES TRINOMES DU SECOND DEGRÉ
Autor: Hansen, H. E.
Kapitel: II. — L'équation $x + y^2 = a^2$.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-16871

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 10.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Exemple 1. $p + q = \sqrt{z^2 + 4.2.3.5}$.

Les couples de facteurs mentionnés plus haut deviennent :

1 ,	2 ,	3 ,	5 ,
2.3.5	3.5	2.5	2.3

Si l'équation est primitive et en nombres entiers, il faut avoir $z = 29$, 13, 7 ou 1, et les racines correspondantes $p + q$ seront 31, 17, 13 et 11.

Exemple 2. $\frac{p - q}{2} = \sqrt{z^2 - 3.5.7}$.

Les couples de facteurs sont

1 ,	3 ,	5 ,	7 ,
3.5.7	1.5.7	1.3.7	1.3.5

Il faut donc qu'on ait $z = 53$, 19, 13 ou 11, et les racines $\frac{p - q}{2}$ deviendront 52, 16, 8 et 4.

Exemple 3. Soit

$$x = \sqrt{1508^2 + 88305} \ ;$$

pour savoir, sans calcul ordinaire, si la racine est rationnelle, il faut examiner si les deux termes sous le signe radical ont un facteur commun. On trouvera le facteur 29 ; et en outre 88305 étant divisible par 29^2, il s'ensuit

$$x = 29\sqrt{52^2 + 105} \ .$$

Comme 52 est égal à $\frac{105 - 1}{2}$, la racine sera $\frac{105 + 1}{2}$, et ainsi on a

$$x = 29.53 \ .$$

II. — *L'équation* $x + y^2 = a^2$.

A l'aide des équations (I) et (II) on sera à même de déterminer x et y.

Il y aura trois cas différents, selon qu'on a a égal à 1° un nombre premier impair, 2° un nombre impair composé ou 3° un nombre pair composé.

1er cas. — Selon (I) nous aurons une solution pour chacune des manières différentes de décomposer un nombre, a, en deux nombres, p et q, qui soient premiers entre eux.

Au cas donné, a sera premier avec tous les nombres de 1 à $a - 1$, et il peut ainsi être décomposé en : 1 et $(a - 1)$, 2 et $(a - 2)$, 3 et $(a - 3)$, ... , $\frac{a-1}{2}$ et $\left(a - \frac{a-1}{2}\right)$. *Le nombre des solutions* d'après (I) sera ainsi $\frac{a-1}{2}$.

Exemple.

$$\begin{array}{rcl} 7 = 1 + 6 & \text{donne} & 4.1.6 + 5^2 = 7^2 \\ 2 + 5 & & 4.2.5 + 3^2 = 7^2 \\ 3 + 4 & & 4.3.4 + 1^2 = 7^2 . \end{array}$$

Suivant l'équation (II), il faut qu'on ait la quantité a décomposée en $\frac{p+q}{2}$, ou $2a$ en $p + q$, où p et q sont tous les deux impairs et premiers entre eux ; ainsi $2a$ peut être décomposé en : 1 et $(2a - 1)$, 3 et $(2a - 3)$, 5 et $(2a - 5)$, ... , $(a - 2)$ et $(a + 2)$.

Le nombre des couples, et par conséquent *des solutions,* devient $n = \frac{a - 2 + 1}{2} = \frac{a-1}{2}$, c'est-à-dire le même que plus haut.

Exemple.

$$\begin{array}{rcl} 2a = 14 = 1 + 13 & \text{donne} & 1.13 + 6^2 = 7^2 \\ 3 + 11 & & 3.11 + 4^2 = 7^2 \\ 5 + 9 & & 5.\ 9 + 2^2 = 7^2 . \end{array}$$

2e cas. — Il faut, comme plus haut, connaître les nombres inférieurs à a et premiers avec celui-ci. Du reste, il suffira de connaître la première moitié de ceux-ci.

Exemple.

$$\begin{array}{rcl} a = 15 = 1 + 14 & \text{donne} & 4.1.14 + 13^2 = 15^2 \\ 2 + 13 & & 4.2.13 + 11^2 = 15^2 \\ 4 + 11 & & 4.4.11 + 7^2 = 15^2 \\ 7 + 8 & & 4.7.\ 8 + 1^2 = 15^2 . \end{array}$$

Le nombre des solutions est donc $\varphi(a) : 2$, $\varphi(a)$ désignant le nombre des entiers inférieurs à a et premiers avec lui.

D'une manière pareille on peut faire usage de l'équation (II), quand on a déterminé la première moitié des nombres inférieurs à $2a$ et premiers avec celui-ci.

Ainsi on trouvera pour $a = 15$:

Exemple.

$$\begin{array}{rcl} 2a = 30 = 1 + 29 & \text{donne} & 1.29 + 14^2 = 15^2 \\ 7 + 23 & & 7.23 + 8^2 = 15^2 \\ 11 + 19 & & 11.19 + 4^2 = 15^2 \\ 13 + 17 & & 13.17 + 2^2 = 15^2 . \end{array}$$

Le nombre des relations est $\varphi(a) : 2$.

3e cas. — Le nombre donné étant pair, l'équation (I) ne donne aucune équation primitive, et, par conséquent, nous n'aurons *aucune solution*.

Pour avoir des solutions d'après (II), il faut encore connaître la première moitié des nombres inférieurs à $2a$ et premiers avec celui-ci. Soit $a = 12$, $2a = 24 = 2^3.3$, on a $\varphi(24) = 2^2(2 - 1)(3 - 1) = 8$.

Exemple.

$$\begin{array}{rcl} 2a = 24 = 1 + 23 & \text{donne} & 1.23 + 11^2 = 12^2 \\ 5 + 19 & & 5.29 + 7^2 = 12^2 \\ 7 + 17 & & 7.17 + 5^2 = 12^2 \\ 11 + 13 & & 11.13 + 1^2 = 12^2 . \end{array}$$

Le nombre des solutions devient $\varphi(2a) : 2$.

III. — *L'équation* $x + a^2 = y^2$.

Les équations (I) et (II) nous donneront aussi, pour un a donné, des solutions de cette équation. On aura à traiter, comme plus haut, les trois cas différents désignés.

1er cas. — En se servant de l'équation (I), il faut écrire le nombre premier donné, a, comme une différence entre deux nombres impairs et premiers entre eux. Mais cela pourra se faire d'innombrables manières. Les nombres de 1 à $a - 1$ sont premiers avec a, et, par conséquent, on peut les poser pour q, comme nombres à soustraire, dans l'équation $a = p - q$, quand pour p on met $a + q$.