

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 18 (1916)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: PROPOS D'UNE RÉCRÉATION ARITHMÉTIQUE
Autor: d' Ocagne, M.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-16870>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 21.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

A PROPOS D'UNE RÉCRÉATION ARITHMÉTIQUE

PAR

M. M. d'OAGNE (Paris).

Le problème que j'ai en vue est le suivant : *Former et dénombrer toutes les manières possibles de payer une somme de n fr. avec n pièces de monnaie d'argent.*

J'ai donné naguère¹ une solution de ce problème pris dans sa plus grande généralité, attendu que j'y admettais l'emploi des pièces de 20 ct. ; mais, vu la rareté de celles-ci, on peut se borner à n'envisager que les pièces de 5 fr., 2 fr., 1 fr. et 50 ct.

Le problème ainsi restreint peut être traité de la façon beaucoup plus simple que voici :

Si x , y , z et t sont les nombres respectifs de ces diverses sortes de pièces intervenant dans le paiement, les équations auxquelles il s'agit de satisfaire en nombres entiers sont :

$$x + y + z + t = n ,$$

$$5x + 2y + z + \frac{t}{2} = n ,$$

d'où par soustraction on déduit immédiatement

$$8x + 2y = t ,$$

et, par suite,

$$z = n - 3(3x + y) .$$

On doit donc avoir

$$3(3x + y) \leq n$$

d'où

$$y \leq \frac{n}{3} - 3x$$

¹ *Bull. de la Soc. Math. de France*, 1900, p. 157

égalité qui exige elle-même que

$$x \leq \frac{n}{9} \quad .$$

Divisons dès lors n par 9, et soit q le quotient entier obtenu; puis, divisons encore le reste de cette première division par 3, et soit q' , le nouveau quotient entier obtenu, r' le reste. On pourra dès lors écrire

$$n = 9q + 3q' + r' ,$$

et l'on voit que la formation de toutes les solutions possibles tient dans l'énoncé suivant :

A chacune des valeurs entières de x telles que $x \leq q$, savoir $0, 1, 2, \dots, q - 1, q$, on fait correspondre toutes les valeurs entières de y telles que $y \leq 3q + q' - 3x$, autrement dit :

Enfin, à chaque couple de valeurs de x et y ainsi formé, on joint les valeurs de z et t données par

$$z = n - 3(3x + y) , \quad \quad t = 8x + 2y .$$

Le dénombrement des solutions revient donc à celui des couples de valeurs de x et y ci-dessus définis. Or, les nombres de ces couples figurant dans chacune des $q + 1$ lignes du tableau ci-dessus sont respectivement

$$3q + q' + 1, \\ 3(q-1) + q' + 1, \\ \cdot \\ q' + 1.$$

Leur somme est donnée par

$$\begin{aligned}
 N &= 3[q + (q - 1) + \dots + 1] + (q + 1)(q' + 1) \\
 &= \frac{3q(q + 1)}{2} + (q + 1)(q' + 1) \\
 &= \frac{(q + 1)(3q + 2q' + 2)}{2}.
 \end{aligned}$$

Tel est le nombre des solutions cherchées.

Par exemple, pour $n = 100$, on a $q = 11$, $q' = 0$, et, par suite, $N = \frac{12 \times 35}{2} = 210$. Il y a donc 210 manières de payer une somme de 100 fr. avec 100 pièces de monnaies d'argent prises parmi celles de 5 fr., 2 fr., 1 fr. et 50 ct.

Prenons un autre exemple pour montrer le tableau complet de toutes les solutions ; soit $n = 20$; alors $q = 2$, $q' = 0$ et $N = 12$. Les solutions formées d'après le procédé sus-indiqué sont les suivantes :

x	y	z	t
0	0	20	0
0	1	17	2
0	2	14	4
0	3	11	6
0	4	8	8
0	5	5	10
0	6	2	12
1	0	11	8
1	1	8	10
1	2	5	12
1	3	2	14
2	0	2	16

On pourrait, parmi ces solutions, distinguer celles où interviennent les quatre espèces de pièces de monnaie d'argent et qui, pour cette raison, pourraient être dites des solutions *complètes*. Ce sont ici les trois seules précédant la dernière.

Le premier exemple de solution complète s'offre pour $n = 13$; il se compose de $x = 1$, $y = 1$, $z = 1$, $t = 10$.

Le dénombrement des solutions complètes constituerait un nouveau problème que je dédie aux amateurs d'arithmologie.