Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 18 (1916)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: G.-H. Halphen.— Œuvres publiées par les soins de C. Jordan, H. Poincaré, E. Picard, avec la collaboration de E. Vessiot. Tome I.— 1 vol. gr. in-8° de xliv-578 p.; 20 fr Gauthier-Villars, Paris. 1916.

Autor: Buhl, A.

BIBLIOGRAPHIE

G.-H. HALPHEN. — **Œuvres** publiées par les soins de C. JORDAN, H. POINCARÉ, E. PICARD, avec la collaboration de E. VESSIOT. *Tome I.* — 1 vol. gr. in-8° de XLIV-578 p.; 20 fr.; Gauthier-Villars, Paris, 1916.

Ce magnifique volume contient les Mémoires de G. Halphen publiés de 1864 à 1876. Il est précédé de notices dues à Henri Poincaré et à M. Emile Picard après lesquelles il semble superflu, pour ne pas dire ridicule, de vouloir parler d'Halphen. Ces notices elles-mêmes sont suivies par une autre, rédigée par Halphen lui-même lors de sa candidature à l'Académie des Sciences, en 1886. Si l'on ajoute que le célèbre géomètre devait prématurément mourir, trois ans plus tard, et que les dernières années de sa vie furent absorbées par son grand Traité relatif aux Fonctions elliptiques, on peut conclure que sa propre notice doit donner une idée à peu près complète de tout ce qu'il publia sous forme de mémoires isolés. Elle devait donc trouver place, de la manière la plus heureuse, dans les premières pages du volume d'aujourd'hui.

Aucune analyse ne peut valoir sa lecture, aucun panégyrique ne peut égaler ceux des savants qui publient maintenant les travaux du confrère disparu.

Halphen est surtout l'algébriste qui tient absolument à amener les questions d'algèbre jusqu'à leur absolue perfection. Le premier point sur lequel il insiste se rapporte à ce théorème de Chasles : *Si, dans un système de coniques, il y en a* μ *qui passent par un point et* ν *touchant une droite, il y en a* $\alpha\mu + \beta\nu$ *qui satisfont à une condition quelconque.* Les nombres μ, ν ne dépendaient que du système, les nombres α, β que de la condition; ces couples d'entiers étaient indépendants... si le théorème de Chasles était exact. Halphen le crut tout d'abord sur la foi de vérifications nombreuses et le défaut d'exemples contraires; en compagnie d'autres savants, il tenta des efforts, reproduits ici, pour obtenir une démonstration qui finalement apparut douteuse et le conduisit à nier le théorème dans des cas singuliers où une correspondance algébrique apparaît entre les couples mentionnés. N'est-ce pas là une aventure de nature proprement algébrique, analogue à celle d'Abel commençant par résoudre algébriquement l'équation du cinquième degré pour arriver à se convaincre de l'impossibilité de cette résolution? Dans le présent volume on ne trouvera pas encore le Mémoire définitif consacré à la présente question; il ne fut publié qu'en 1878. Mais on trouvera les notes aux *Comptes rendus* qui l'ont préparé.

Une seconde question, qui me semble bien mettre en lumière les préoccupations d'Halphen, a trait à la recherche des points d'une courbe algébrique en lesquels se trouve satisfaite une équation différentielle d'ordre quelconque ; c'est ainsi, par exemple, que les points d'inflexion sont ceux où a lieu l'équation $y'' = 0$. Dans le problème général, les points en question sont les intersections de la courbe considérée avec une autre courbe algébrique telle que la hessienne qui correspond au cas des points d'inflexion. Mais ce n'est pas résoudre la question que de faire une telle remarque. La recherche du degré de la seconde courbe algébrique, la variation de ce degré d'après les singularités de la première et la nature de l'équation différentielle considérée sont justement des problèmes ardus où une pénétration algébrique toute spéciale a été montrée par Halphen. Ce dernier devait d'ailleurs lier rapidement la question avec sa célèbre théorie des invariants différentiels, ce que je ne signale que pour mémoire, car les principaux écrits se rapportant à ces invariants ne figurent pas encore dans ce volume. Mais que d'intérêt dans nombre d'autres travaux! Voici, par exemple, l'étude des systèmes de droites satisfaisant à quatre conditions ; c'est une sorte de problème de Chasles avec des difficultés considérablement réduites, mais qui semble avoir mis Halphen en possession d'une méthode qu'il devait définitivement appliquer aux faisceaux de coniques. Les propriétés des courbes gauches algébriques apparaissent déjà ici dans de premières notes que leur auteur ne modifia pas essentiellement pour les présenter à l'Académie de Berlin, laquelle couronna ainsi ce qu'Halphen lui-même appelle une œuvre de jeunesse.

Nous avons aussi, dans ce volume, le célèbre mémoire *Sur les points singuliers des courbes algébriques planes.* C'est ici qu'on trouve la fameuse proposition d'après laquelle, *à partir d'un certain rang, les degrés et les classes des développées successives d'une courbe algébrique forment deux progressions arithmétiques de même raison.* Cette raison peut être nulle comme dans le cas des roulettes. D'ailleurs il y a de pareils régimes progressifs, pour bien d'autres choses que les degrés ou les classes, et l'auteur ne se sert, en tout ceci, que de formules bien simples. Les véritables calculs sont rares ; il *voit* les faits algébriques comme d'autres voient les faits géométriques. En d'autres écrits d'ailleurs il reprend des questions de géométrie cinématique magistralement traitées par A. Mannheim et retrouve algébriquement les résultats du géomètre proprement dit.

J'espère en avoir dit assez pour intéresser un lecteur qui trouvera dans ce premier volume beaucoup d'autres merveilles encore. Outre les notices commençant le volume, MM. C. Jordan et E. Picard ont placé, en frontispice, une introduction d'une douzaine de lignes où je lis qu'il n'y a là que « des œuvres d'art dignes d'être proposées comme modèles à tous ceux qui « cultivent les sciences mathématiques ». C'est un réconfort précieux pour ceux qui se demandent parfois, avec terreur, s'il n'y a plus de salut, en mathématiques, que dans certaines branches à caractère métaphysique où l'on parle un langage bizarre coupé, de temps à autre, par l'écriture de quelque inégalité. Rendons grâce à MM. Jordan et Picard d'oser encore écrire quelque chose en faveur du merveilleux domaine des propriétés exactes.

A. Buhl (Toulouse).

G. Loria. — **Guida allo Studio della Storia delle Matematiche.** (Collection Hœpli). — 1 Vol. in-16, XVI-228 p. ; 3 L. ; U. Hœpli, Milan.

Dans une communication faite au 4e Congrès international des mathématiciens (Rome, 1908), M. G. Loria a examiné les moyens qui permettraient de faciliter et de diriger les études sur l'histoire des mathématiques. Il a