I. — Introduction. Les notions de loi, de hasard subjectif et de hasard objectif.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **18 (1916)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.09.2024**

ESQUISSE D'UNE INTRODUCTION A LA THÉORIE DES PROBABILITÉS

PAR

Edouard GUILLAUME (Berne).

Les considérations qui suivent sont empruntées, partiellement, au travail intitulé La Théorie des Probabilités et la Physique, *que j'ai publié dans les* ARCHIVES DES SCIENCES PHYSIQUES ET NATURELLES (Genève), *en 1914 et 1915. Je les ai réunies ici pour en former un tout qui, développé dans les détails, peut servir d'introduction à la Théorie des Probabilités.*

I. — INTRODUCTION.

LES NOTIONS DE LOI, DE HASARD SUBJECTIF ET DE HASARD OBJECTIF.

1. — Dans certaines conditions, étant donné certains événements, notre esprit jouit de la faculté de pouvoir en « prévoir » d'autres. Lorsque cela a lieu, nous disons que les événements satisfont à une certaine « loi ».

La faculté de concevoir des lois est fondamentale ; c'est par elle que l'on peut passer du particulier au général, du fini à l'infini, en un mot, que la science même est possible ; elle nous permet de « comprendre », car comprendre, c'est enchaîner des événements les uns aux autres, c'est-à-dire établir les relations, les lois qui les unissent.

2. — Le travail de compréhension de l'esprit ne s'exerce pas directement sur les choses, mais sur les « symboles », lettres, signes, mots, etc., qui les représentent.

Formuler une loi, c'est exprimer par un nombre fini de symboles une infinité d'événements. Plus le nombre de ces symboles sera restreint, plus la loi sera dite générale ; plus le travail de l'esprit sera aisé, et plus celui-ci prendra conscience de sa « puissance » à prévoir.

Au rebours, plus une loi exigera de symboles pour être formulée, plus notre esprit sentira sa puissance de prévision diminuée : — plus la loi, si l'on ose dire, perdra son caractère même de loi ; les liens apparaîtront plus lâches, les événements moins dépendants les uns des autres. Citons l'exemple classique de la table de logarithmes. Nous savons parfaitement que la table est établie suivant des règles rigides, et cependant, perdu dans la foule des chiffres, notre esprit aura la tendance à envisager les décimales des logarithmes des divers nombres comme plus ou moins indépendantes les unes des autres.

3. — A la limite, si les événements considérés ne peuvent être reliés entre eux que par une loi dont l'expression exigerait une infinité de symboles, nous pourrons dire, comme nous le verrons en détails plus loin, que les événements sont rigoureusement « indépendants » les uns des autres. Dans ce cas, l'impuissance de l'esprit à prévoir un événement futur est totale.

Cela nous amène à distinguer deux cas principaux d'impossibilité de prévision :

1° Impossibilité de prévoir par simple « ignorance » de la loi. Nous savons bien que celle-ci existe, et même qu'elle est simple ; mais elle nous échappe momentanément, en tout ou en partie.

2° Impossibilité de prévoir par « impuissance », parce que la loi est extrêmement compliquée, c'est-à-dire ne pourrait être exprimée que par un nombre énorme ou même infini de symboles.

Dans le premier cas, nous dirons que les événements ont lieu suivant le « hasard subjectif », et dans le second, suivant le « hasard objectif ».

4. — Toutes les propositions que nous pourrons formuler sur ces événements considérés *individuellement*, auront un

caractère commun: elles ne seront pas certaines, elles ne seront que « probables ». Par contre, la succession de ces événements forme des *suites* présentant certains caractères de symétrie, disons mieux, de « pseudo-symétrie ». Leur étude constitue la *Théorie des Probabilités.*

Nous nous proposons dans ce qui suit d'exposer rapidement ces caractères fondamentaux.

5. — Les deux sortes de hasard ci-dessus spécifiées suffisent à caractériser complètement l'emploi du hasard dans les sciences.

Les théories statistiques ordinaires, les théories cinétiques de Maxwell-Boltzmann appartiennent au hasard objectif.

Par contre, la Mécanique statistique de Gibbs repose uniquement sur le hasard subjectif; ce dernier a reçu en outre des applications importantes dans la théorie des équations différentielles, le problème des n corps (Poincaré), etc., et la théorie des nombres (Borel).

II. — Le hasard objectif. — Les notions de complication, de brassage parfait et d'indépendance. Les notions de relativité et d'approximation appliquées au hasard objectif.

6. — Imaginons, alignées les unes à côté des autres, k cases numérotées de 1 à k et, sur chaque case, une carte d'un jeu de k cartes également numérotées de 1 à k.

Nous allons supposer que ces cartes sont permutées sur les cases par une *machine,* suivant une certaine loi.

Nous ferons le relevé périodique aux temps t_0, $t_0 + \tau$, $t_0 + 2\tau, \ldots, t_0 + (n-1)\tau$, des distributions réalisées à ces instants, et nous les noterons pour obtenir un diagramme de la marche du phénomène.

Les cartes sur les cases peuvent former $k!$ distributions différentes :

$$D_1, D_2, D_3, D_4, \ldots, D_i, \ldots, D_{k!}.$$

Selon la loi, un plus ou moins grand nombre de ces distri-