Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 17 (1915)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: LA TRIGONOMÉTRIE DANS SES RAPPORTS AVEC LA GÉOMÉTRIE

Autor: Streit, Arnold

Kapitel: I. — Introduction.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-16317

nos lycées des départements ; ce témoignage n'était pas nécessaire à ceux qui connaissent vos élèves pour les avoir interrogés aux examens d'entrée des écoles, mais, à une époque où les enquêtes et les comparaisons internationales sont à la mode, il n'était pas superflu de rappeler que, par le niveau des études mathématiques, un grand nombre de nos lycées (qui ne sont pas tous dans des villes d'Universités) doivent être mis sur le même plan que bien des Universités étrangères, où les matières que vous enseignez font généralement partie des programmes des premières années. »

A ce juste hommage rendu par M. Borel à des maîtres éminents, il convient d'ajouter que leur tâche serait impossible sans le talent et le dévouement des maîtres qui, prenant pour ainsi dire les élèves par la main lors de leur entrée au lycée, les conduisent, sans jamais se laisser rebuter par leurs défaillances, au seuil de ces classes vers lesquelles se tournaient leurs regards dès leurs jeunes années.

LA TRIGONOMÉTRIE DANS SES RAPPORTS AVEC LA GÉOMÉTRIE

PAR

Arnold STREIT (Berne).

I. — Introduction.

Dans la présente étude, nous donnerons d'abord une nouvelle démonstration des formules de $\sin(\alpha \pm \beta)$ et $\cos(\alpha \pm \beta)$ basée sur un théorème de géométrie et son corollaire. Puis nous appliquerons ces formules, celles qui en découlent et d'autres formules de *trigonométrie* à la *géométrie*, ce qui nous permettra de retrouver les relations de théorèmes importants de géométrie, entre autres celles des théorèmes de *Pythagore*, de *Pythagore généralisé*, de *Céva*, de *Ménélaüs*, de *Ptolémée* et d'établir des théorèmes nouveaux.

Notations. — Nous désignerons les sommets d'un triangle par A, B, C; les côtés opposés respectivement par a, b, c; les hauteurs correspondantes par h', h'', h''' et les angles par α, β, γ.

Les segments, déterminés par les hauteurs, qu'il faut suivre pour aller de A vers B, puis de B vers C, et enfin de C vers A seront appelés $c'c''$ (sur c), $a'a''$ (sur a), $b'b''$ (sur b).

II. — Formules de sin ($\alpha \pm \beta$) et cos ($\alpha \pm \beta$).

Démonstrations basées sur un théorème de géométrie et son corollaire.

A. — *Formule du sinus de la somme de deux arcs.* — *La somme de deux angles d'un triangle quelconque et le 3e angle étant supplémentaires,* leurs sinus sont égaux :

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\gamma \ . \tag{1}$$

Il est donc tout naturel de partir de cette relation pour chercher à établir une nouvelle démonstration de la formule du sinus de la somme de deux arcs. D'après la fig. 1 :

$$\sin\gamma = \frac{h'}{b} \ .$$

La relation (1) devient :

$$\sin(\alpha + \beta) = \frac{h'}{b} \ .$$

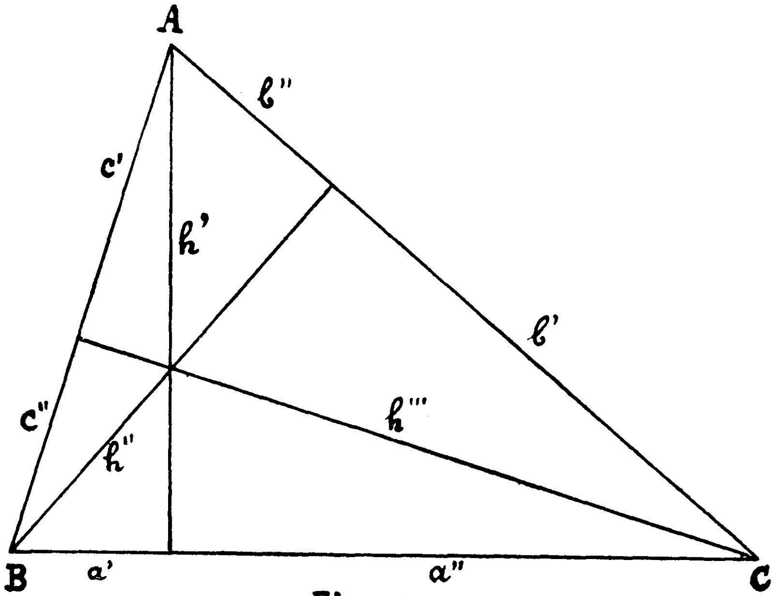

Fig 1.

On a successivement

$$\sin(\alpha + \beta) = \frac{h'.c}{b.c} = \frac{h'(c' + c'')}{b.c} = \frac{h'}{c} . \frac{c' + c''}{b} \ .$$