

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 17 (1915)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** SUR LES BASES DE L'ANALYSE VECTORIELLE  
**Autor:** Dumont, Emile  
**Kapitel:** II. — Vecteur-quaternion.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-16314>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 26.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## II. — Vecteur-quaternion.

*Définitions.* — Considérant deux vecteurs géométriques ayant même origine O :

$$\overline{OA} = \bar{v}_1 \cdot a \quad \text{et} \quad \overline{OB} = \bar{v}_2 \cdot b ,$$

portés par les axes  $v_1$  et  $v_2$  dont le plan est orienté grâce à un axe  $u$  perpendiculaire à ce plan en O, on appelle *quaternion* toute loi de formation de l'un de ces vecteurs à l'aide de l'autre.

Par exemple, pour former  $\overline{OB}$  à l'aide de  $\overline{OA}$ , il suffit de multiplier d'abord  $\overline{OA}$  par le nombre qualifié

$$h = \frac{b}{a} ,$$

puis de faire tourner le vecteur ainsi obtenu, autour de l'axe  $u$  d'un angle

$$\hat{v}_1 v_2 = \theta + 2k\pi ,$$

de manière à l'amener en coïncidence avec OB. Le nombre chargé de cette rotation s'appelle le *verseur* du quaternion ; si l'on désigne par  $u$  le verseur qui opère autour de l'axe  $u$  une rotation d'un droit dans le sens direct, je démontre que le verseur du quaternion précédent peut être noté

$$e^{u\theta} \quad \text{ou} \quad e^{u(\theta+2k\pi)} .$$

Le quaternion considéré, qui s'appelle *rappor*t de  $\overline{OB}$  à  $\overline{OA}$ , est égal au produit du nombre qualifié  $h$  par le verseur  $e^{u\theta}$ , et l'on a

$$q = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{b}{a} \cdot \frac{\bar{v}_2}{\bar{v}_1} = h \cdot e^{u\theta} .$$

Ayant défini les sommes et produits de quaternions, on démontre que l'on a

$$q = h \cos \theta + u \cdot h \sin \theta .$$

Le terme  $u \cdot h \sin \theta$  qui peut aussi s'écrire

$$h \sin \theta \cdot e^{\frac{u\pi}{2}}$$

est un quaternion dont l'angle est droit. On l'appelle un *quaternion-droit* ou un *vecteur-quaternion*, ce qui fait dire qu'un quaternion est égal à la somme d'un nombre qualifié — que Hamilton appelle *scalar* — et d'un *vecteur*. Une erreur courante est de croire que ce vecteur est un vecteur géométrique. En réalité c'est un nombre, un quaternion-droit. Mais l'expression *vecteur-quaternion* se justifie si l'on remarque que les quaternions-droits se comportent dans les calculs comme les vecteurs géométriques obtenus en substituant au verseur  $u$  le vecteur-unité  $\bar{u}$ .

J'ai appelé le vecteur-géométrique

$$\bar{u} \cdot l$$

le *vecteur homologue* du vecteur-quaternion

$$u \cdot l .$$

Si l'on considère trois axes trirectangulaires  $i, j, k$ , d'origine O et orientés suivant la règle du pouce, on aura

$$\bar{u}l = \bar{i} \cdot l \cos \widehat{iu} + \bar{j} \cdot l \cos \widehat{ju} + \bar{k} \cdot l \cos \widehat{ku}$$

et en même temps

$$ul = i \cdot l \cos \widehat{iu} + j \cdot l \cos \widehat{ju} + k \cdot l \cos \widehat{ku} ,$$

les symboles  $u, i, j, k$ , désignant les verseurs-droits autour des axes correspondants.

On peut d'ailleurs observer que l'on a

$$k = j \cdot i ,$$

d'où, en posant

$$h \cos \theta = x_1$$

$$h \sin \theta \cos \widehat{ju} = x_2$$

$$h \sin \theta \cos \widehat{iu} = y_1$$

$$h \sin \theta \cos \widehat{ku} = y_2$$

on obtient

$$q = x_1 + iy_1 + jx_2 + iky_2$$

ou

$$q = x_1 + iy_1 + j(x_2 + iy_2)$$

ou enfin

$$q = z_1 + jz_2$$

$z_1$  et  $z_2$  étant deux nombres complexes binaires.

*En résumé* : Un vecteur-quaternion est un quaternion dont l'angle est droit. C'est un vecteur axial et glissant.

Toute l'analyse vectorielle repose sur la confusion entre les vecteurs géométriques et les vecteurs-quaternions homologues ; confusion dont j'ai démontré la légitimité dans mon *Arithmétique générale*.

### III. — Vecteurs-glisseurs.

Les notations  $\overline{AB}$  et  $AB$  sont les notations classiques d'un vecteur géométrique d'origine A et d'extrémité B. Hamilton et Grassmann ont employé les notations  $A - B$  et  $B - A$ . Cette dernière, où l'on a voulu voir une abréviation de  $OB - OA$ , semble actuellement réunir les préférences des mathématiciens. On reproche à  $AB$  sa forme qui rappelle celle des produits. Il me paraît que ce reproche est puéril. Lorsque j'écris une formule et que je la transforme par le calcul, je n'agis pas comme une mécanique inconsciente : il ne m'arrivera jamais de prendre  $AB$ , qui au début aurait représenté un vecteur ou sa mesure, pour un produit de A par B. Il faut évidemment savoir de quoi l'on parle, et par exemple n'user de la propriété commutative des produits que lorsqu'il ne s'agit pas de facteurs quaternions.

Quoi qu'il en soit, le fait d'avoir vu représenter un vecteur  $\overline{AB}$  par la notation  $B - A$  m'a amené à considérer un vecteur comme un transporteur de points. Cette conception donne naissance à une nouvelle espèce de vecteurs, opérateurs ou nombres, tout à fait distincts des vecteurs-géométriques et