

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 16 (1914)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: LA LIGNE DE TERRE ET LE SECOND BISSECTEUR
Autor: Halphen, Ch.
Kapitel: Système de Monce modifié
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-15533>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 24.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

pent jamais l'objet figuré. Moyennant quoi, la distance des deux projections, le plan de l'une ayant été rabattu sur le plan de l'autre, est absolument indifférente. Plus de ligne de terre, plus de traces, comme cela se passe, à vrai dire, dans la pratique; d'où grande simplification pour les débutants qui n'ont pas besoin d'apprendre les diverses positions des points par rapport aux plans de projection, ne peuvent plus se tromper dans les constructions lorsque les points ne sont pas dans le premier dièdre, et aussi plus grande facilité dans la ponctuation des épures.

Il y avait là, sans nul doute, une idée heureuse, mais il faut constater qu'elle n'a fait fortune ni dans l'enseignement secondaire proprement dit, ni dans les cours préparatoires aux grandes écoles. A vrai dire, on a pris l'habitude de se servir moins souvent de la ligne de terre et de ne plus la tracer lorsqu'elle est inutile, c'est-à-dire de laisser aux plans de projection une certaine mobilité. Dans la partie élémentaire de son ouvrage, M. JAVARY fait fréquemment remarquer qu'on peut se passer de ligne de terre, sans expliquer d'ailleurs pourquoi.

L'usage des 4 dièdres des plans de projection devait attirer l'attention sur deux situations particulières des points de l'espace. Lorsqu'un point est dans l'un ou l'autre des plans bissecteurs de ces dièdres, sa cote est égale à son éloignement, en valeur absolue; il en résulte que, sur l'épure, les projections du point sont, ou symétriques par rapport à la ligne de terre (premier bissecteur), ou confondues (second bissecteur). Toute figure du second bissecteur a donc ses projections confondues. Frappé des avantages qui en résultent au point de vue de l'*économie graphique*, si l'on peut ainsi s'exprimer, M. PICQUET, alors examinateur d'admission à l'Ecole Polytechnique, essaya, par le moyen de certaines questions d'examen¹, de faire pénétrer dans l'enseignement l'usage du second bissecteur comme *plan auxiliaire*, à côté des cinq autres devenus classiques : plans de bout, vertical, horizontal, de front, de profil. Or il se trouve, fait paradoxal à première vue et cependant presque évident, que *le second plan bissecteur est connu sans que l'on figure la ligne de terre sur l'épure, bien qu'il la contienne*. Il n'y a, à ma connaissance, qu'un seul ouvrage classique où soit faite explicitement cette remarque très importante, c'est le *Cours de Géométrie descriptive* de MM. MARTIN et PERNOT (tome I, page 5). Nous entrons ici dans le vif du sujet.

LE SYSTÈME DE MONGE MODIFIÉ.

Tel est le nom que MM. Martin et Pernot ont donné à l'épure faite au moyen de deux plans rectangulaires de projection, l'un

¹ Cf. Lucien Lévy, *Examens et Examinateurs*, Revue du Mois, 4^{re} année (1906), p. 147.

d'eux (vertical) ayant été rabattu sur l'autre (horizontal) comme d'habitude, mais sans que la ligne de terre ait été tracée. On connaît seulement les directions des plans de projection, par suite la direction de la ligne de terre, ou, ce qui revient au même, celle des lignes de rappel. Les deux projections d'un point, a et a' , sont sur une même ligne de rappel, à une distance supposée invariable, ceci est essentiel. Supposons (fig. 1) le point A, projeté en a et a' , invariable dans l'espace tandis que les plans de projection se déplacent parallèlement à eux-mêmes; la somme de sa cote et de son éloignement est constante et égale à aa' . Si donc le plan horizontal H s'abaisse de x pour venir en H_1 , le plan vertical V devra se rapporter de la même quantité x pour venir en V_1 ; par suite la ligne de terre O viendra en O_1 ; elle décrira un plan incliné

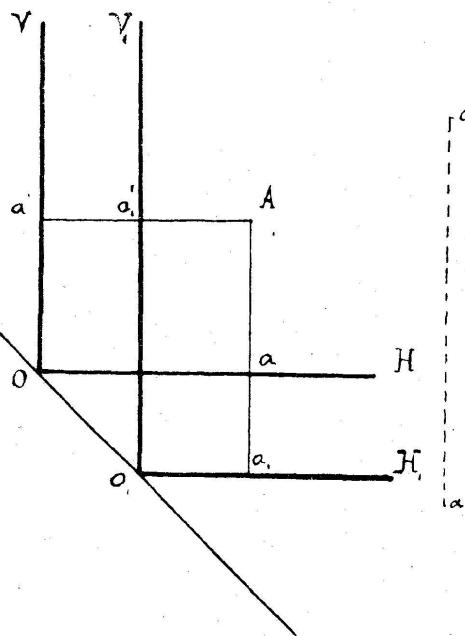


Fig. 1.

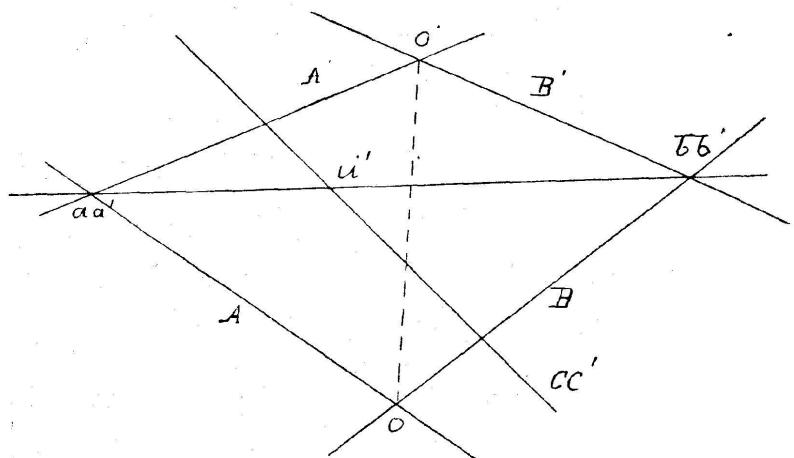


Fig. 2.

de 45 degrés sur H, V, H_1 , V_1 : c'est le **SECOND BISSECTEUR** du dièdre (HV) aussi bien que du dièdre (H_1V_1), il est fixe. On peut encore démontrer l'invariabilité du second bissecteur de la façon suivante, très simple, mais moins claire : quelle que soit la position de la ligne de terre, si la distance aa' est nulle, le point A est dans le second bissecteur et ce plan est donc fixe. Ainsi, dans une figure aussi simple que celle de l'épure du point A, le second bissecteur existe, tout en n'étant représenté par aucune ligne; et son usage sera commode et économique (au point de vue graphique) dans bien des cas.

Avant d'y insister, remarquons que la différence entre ce système et celui proposé par le colonel Mannheim, où la distance aa' n'intervient pas, est plus apparente que réelle. Dans la pratique

(Mannheim), on fait souvent diverses projections verticales, afférentes à diverses parties, ou morceaux, de la même projection horizontale, afin de pouvoir tracer l'épure sur une aire de dimensions restreintes; on ne tient donc compte que des cotes relatives des points dans chacune de ces projections, et non pas de leurs cotes réelles. Tel est par exemple le cas des épures d'escaliers. Cela n'empêche que dans chacune de ces épures partielles, les distances des deux projections d'un certain groupement de points sont invariables, une fois le tracé commencé, de sorte que l'on revient au cas que nous étudions. Le second bissecteur sera-t-il pratique à employer? J'avoue n'en rien savoir; mais ce qui est certain, c'est que si l'habitude est prise de se passer de ligne de

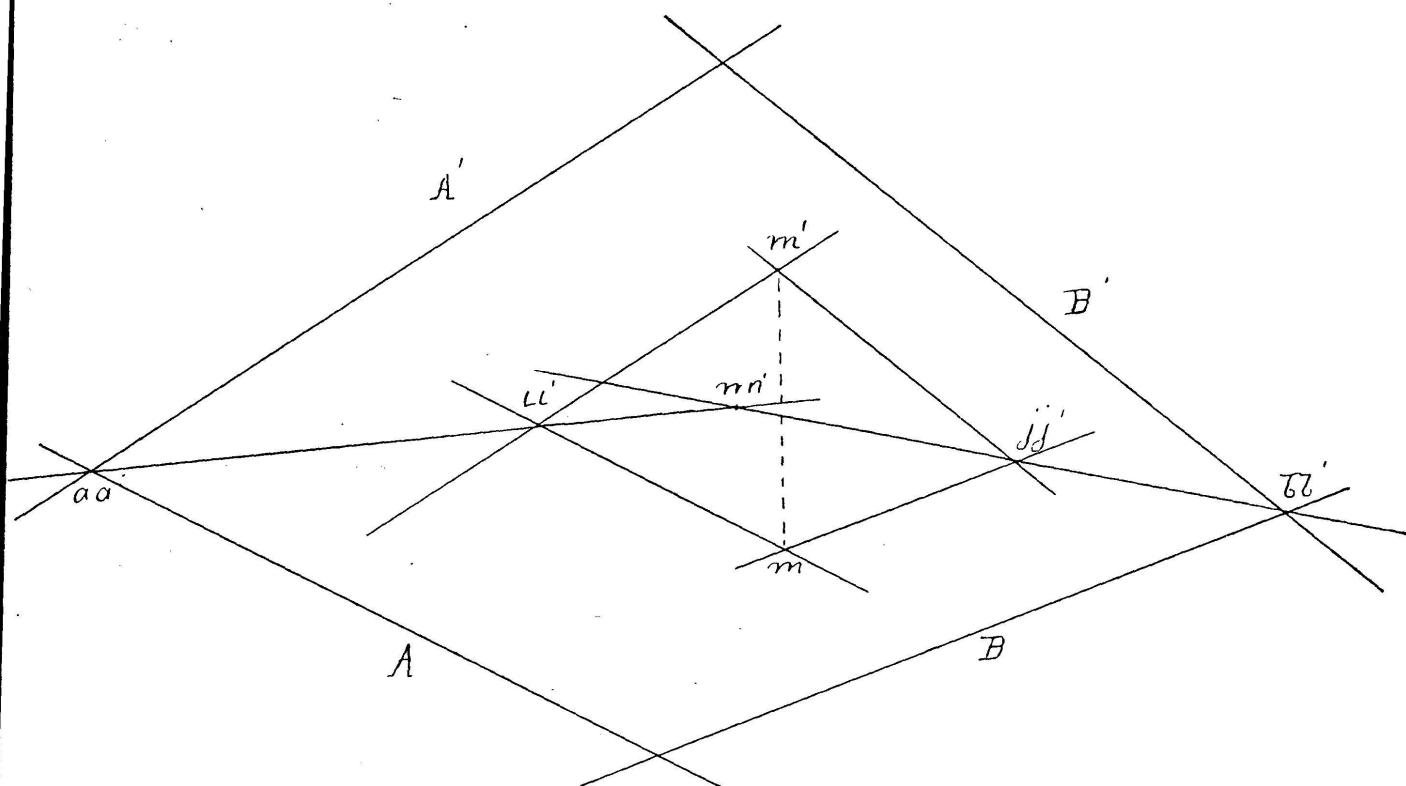


Fig. 3.

terre et des traces, on ne pourra éprouver aucune difficulté dans une épure d'arts industriels. Un excès de connaissances théoriques ne nuit peut-être pas à l'exécution d'un travail concret, en vue duquel l'enseignement ne doit pas être d'ailleurs uniquement dirigé.

De la remarque fondamentale qui précède résultent tout de suite les faits suivants :

1° Une droite étant donnée par ses deux projections AA' (fig. 2), le point où elle rencontre le second bissecteur est le point *aa'* où se coupent ses deux projections.

Un plan étant donné par deux droites AA' et BB' se coupant en

OO' , sa trace sur le second bissecteur est la droite $ab, a'b'$, à projections confondues.

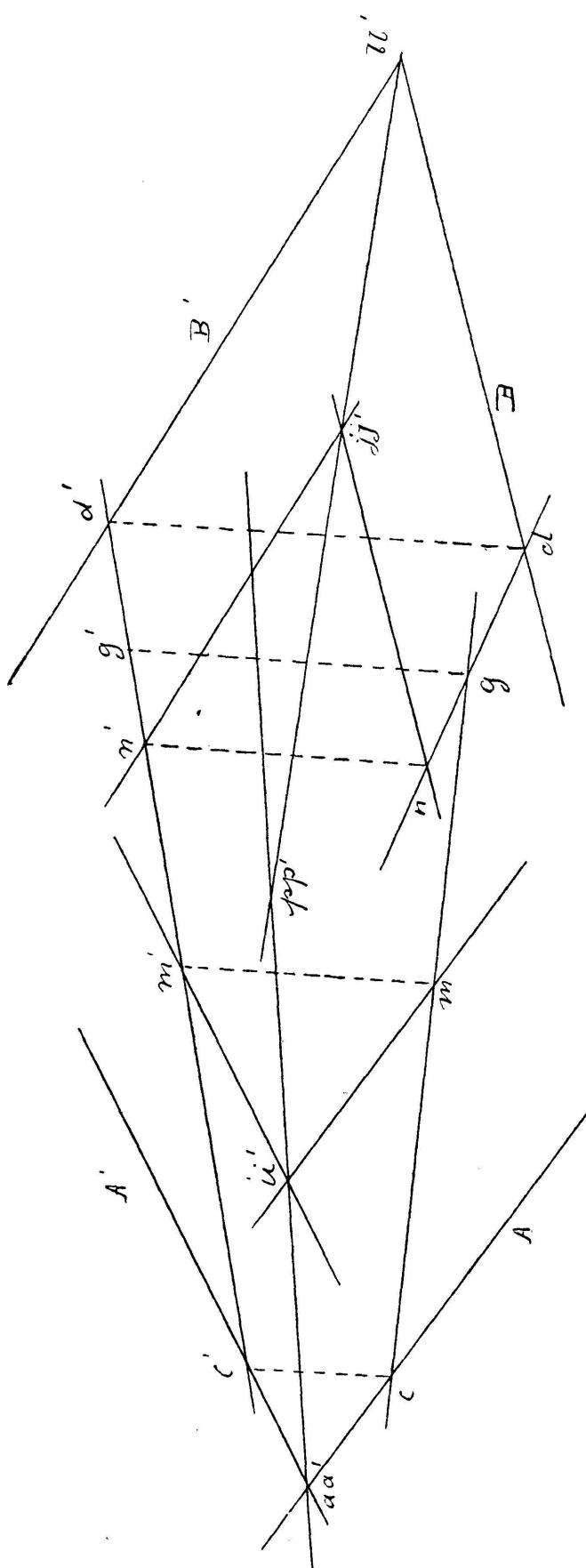


Fig. 4.

Si on donne une droite CC' du second bissecteur, elle coupe le plan précédent au point ii'' , intersection de ab avec C .

2^o Si un plan est donné par une droite AA' et un point mm' (fig. 3), sa trace sur le second bissecteur passe par aa' ; pour en avoir un second point, on peut mener une seconde droite du plan en joignant mm' à un point quelconque de AA' . Choisissons le point à l'infini de AA' , c'est-à-dire menons par mm' la parallèle $mi, m'i'$ à AA' ; nous obtenons le second point cherché ii' en traçant seulement 2 droites; il en eût fallu 3 (ligne de rappel en plus) en prenant sur AA' un point quelconque.

3^e Soient (fig. 3) deux plans contenant respectivement les droites AA' et BB' et ayant mm' comme point commun. Pour trouver un second point de l'intersection je mène par mm', dans chacun d'eux, la parallèle à la droite connue ; les traces de ces plans sur le

bissecteur sont ai et bj , se coupant en nn' . Au total, 6 droites de

second construction. En employant l'un des classiques plans auxiliaires (debout, vertical, horizontal, ou de front), il en eût fallu 11.

Remarque. — D'une façon générale, lorsqu'un plan est donné par une droite et un point, il est avantageux d'employer la parallèle menée par le point à la droite comme seconde droite du plan.

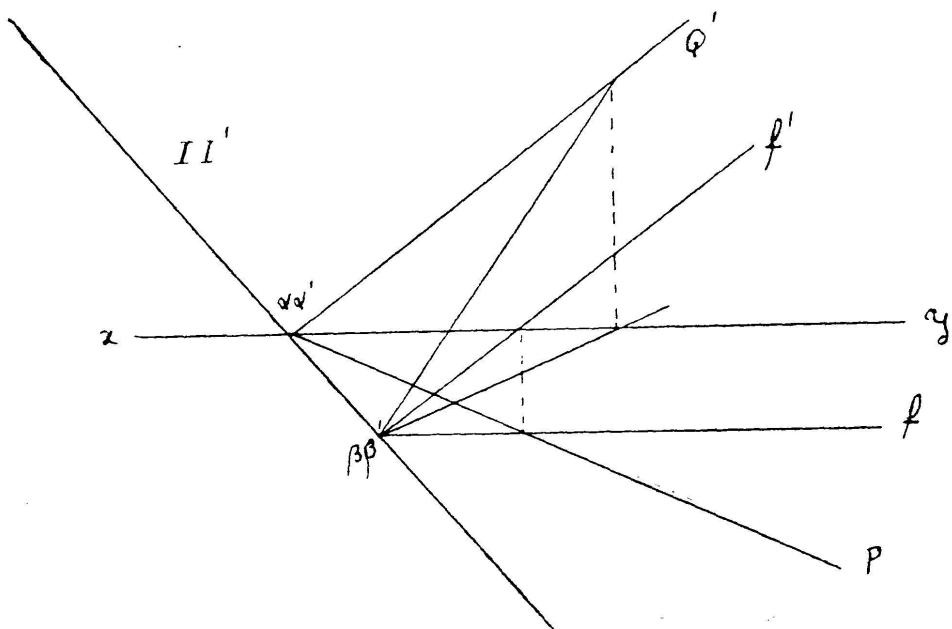


Fig. 5.

Exception si la droite donnée est de profil ou parallèle à la ligne de terre (on peut employer cette expression la ligne de terre n'étant pas figurée, puisque sa direction est connue). Je signalerai plus loin une autre exception très particulière.

4° Si les deux plans (fig. 4) sont donnés chacun par une droite

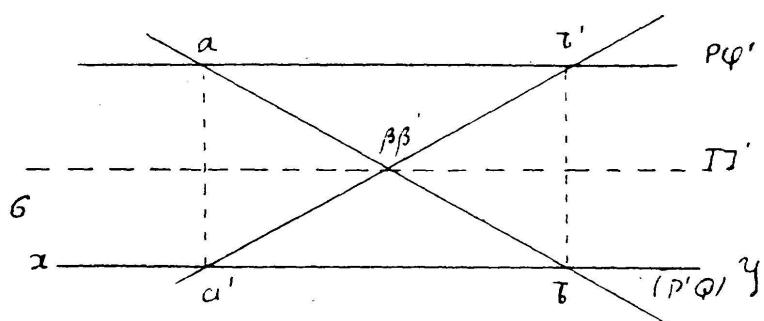


Fig. 6.

et un point, AA' et mm' le premier ; BB' et nn' le second, la même construction s'applique pour trouver un point de l'intersection pp' : 6 droites à tracer. Il en faudrait 9 en employant un plan horizontal ou de front, mais 6 seulement avec le plan debout projetant m'n' qui donne le point qq', ou le plan vertical projetant

mn . Le second bissecteur n'est, dans ce cas, ni plus ni moins avantageux. Il faudra tracer au moins 3 nouvelles droites pour trouver un second point d'intersection.

Si les plans sont donnés chacun par deux droites parallèles, $AA'mi$, $m'i'$, et $BB'nj$, $n'j'$, il ne faudra que deux droites pour obtenir un point pp' de l'intersection en utilisant le second bissecteur; 4 au moins en employant un autre plan (un plan projetant l'une des droites données). On obtiendra un second point de l'intersection en coupant par un tel plan; 3 droites de construction seulement en utilisant les traces sur le second bissecteur, au lieu de 4 (voir exemple 6).

5° Lorsqu'un plan (fig. 5) est donné par ses traces PQ' (P' et Q étant confondues avec la ligne de terre), le point $\alpha\alpha'$ où elles coupent xy est un point de l'intersection du plan avec le second

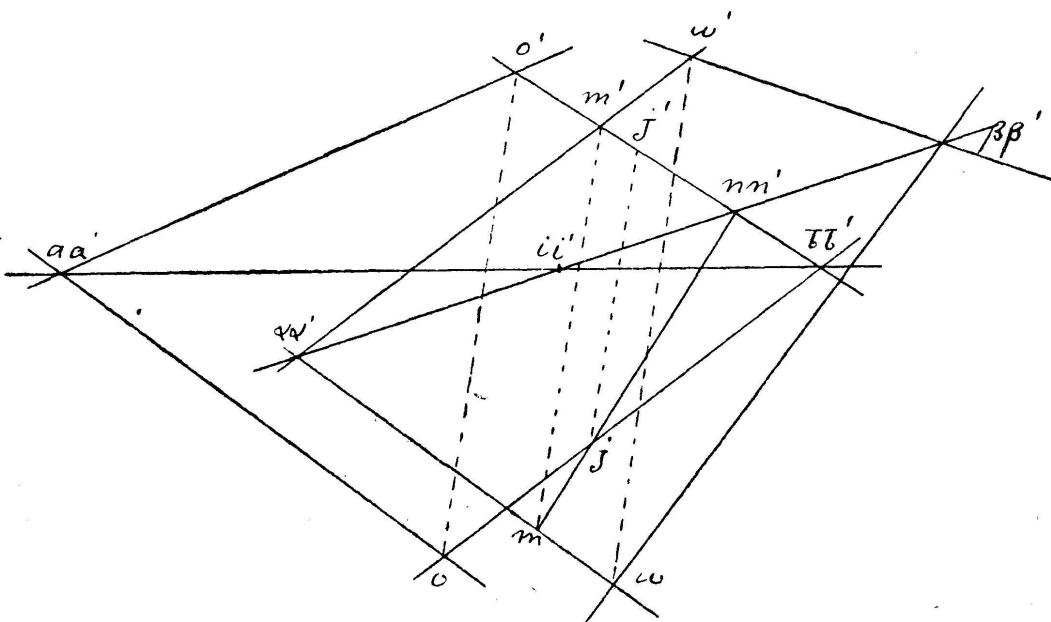


Fig. 7.

bissecteur. Pour en avoir un second, il suffit de tracer dans ce plan une droite quelconque, par exemple la frontale ff' (3 droites); le point $\beta\beta'$ est le point cherché.

Si le plan est parallèle à xy , comme dans la figure 6 où P et Q' sont confondues (plan parallèle au 1^{er} bissecteur), c'est une droite quelconque ab , $a'b'$ qu'on tracera pour obtenir le point $\beta\beta'$, le point $\alpha\alpha'$ étant à l'infini sur xy . On voit que ll' est équidistant de P et xy .

Dans tous les cas, il est donc très facile d'obtenir la trace d'un plan sur le second bissecteur, et il est souvent avantageux de s'en servir. Pour ne pas trop multiplier les exemples, je me bornerai à citer en dernier lieu une élégante construction devenue classique :

6. Trouver l'intersection de deux plans donnés chacun par 2 droites, en ne traçant que 5 lignes de construction (fig. 7).

Soient $oa, o'a'$; $ob, o'b' - \omega\alpha, \omega'\alpha'; \omega\beta, \omega'\beta'$, les droites qui définissent les deux plans. Leurs traces sur le second bissecteur se rencontrent en un point de leur intersection ii' . Coupons maintenant par le plan projetant l'une des droites, $o'b'$, sur le plan vertical, par exemple. Il rencontre la droite $\omega\alpha, \omega'\alpha'$ en $m'm$, et la droite $\alpha\beta, \alpha'\beta'$ en nn' : mn est donc la projection horizontale de l'intersection du plan de bout auxiliaire $o'b'$ avec le second plan ($\alpha\omega\beta$). mn rencontre ob en j , rappelé en j' , second point de l'intersection cherchée, qui est $ij, i'j'$. 5 droites seulement ont été tracées. Si le point oo' ou $\omega\omega'$ sont séparément ou simultanément à l'infini, la solution est la même, comme il a déjà été dit (exemple 4).

LA REPRÉSENTATION CANONIQUE DU PLAN.

Toutes les représentations du plan actuellement employées exigent au minimum le tracé de 3 droites sur l'épure. Si on donne le plan par deux droites qui se coupent (à distance finie), la figure

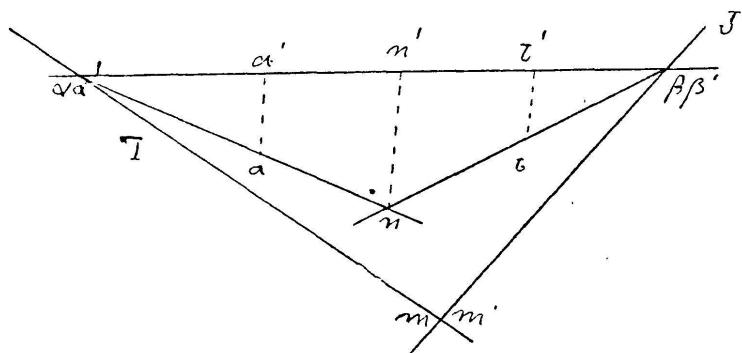


Fig. 8.

formée par les 2 projections se compose de 5 droites; si les droites du plan sont parallèles, il y en a 4; si l'on donne les traces, 3 droites suffisent (P, Q', xy). Il n'y a également que 3 droites sur la figure si l'on donne le plan par une droite et un point, ou par 3 points (lignes de rappel).

Monge, qui considérait les deux plans fixes de projection comme indispensables, adoptait la représentation du plan par ses traces de façon systématique. Le paragraphe précédent a essayé de mettre en lumière l'importance du second bissecteur, qui est, lui, FIXE PAR DÉFINITION pour ainsi dire, dans une épure donnée avec ou sans ligne de terre. Son emploi nécessite tout d'abord la recherche des traces sur le second bissecteur des plans de la figure, de même qu'Hachette cherchait pour commencer les traces horizontale et verticale d'un plan donné d'une façon quelconque.

Les problèmes seraient donc simplifiés d'autant, si les plans étaient donnés au moyen de leur trace sur le second bissecteur