Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 16 (1914)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: LA LIGNE DE TERRE ET LE SECOND BISSECTEUR

Autor: Halphen, Ch.

Kapitel: Introduction.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-15533

droite est donc celle qui joint les deux points T_{12} et U''^{*}_{2} ; le problème est ainsi résolu, sans qu'on ait eu besoin de distinguer les différents cas auxquels donne lieu la situation du plan τ par rapport aux plans de projection. Le lecteur remarquera que, si B est le point de la bissectrice b où se coupent les parallèles menées de U''_2 à t_{12} et de U''^{*}_{2} à t^{*}_{12}, les deux triangles rectangles $U'_2U''_2B$ et $U'_2U''^{*}_2B$ sont égaux entre eux ; cette observation suffit pour établir l'accord de la construction que nous avons proposée avec celle qu'on trouve dans les traités.

Les constructions que nous venons d'exposer dans ce paragraphe trouvent des applications très importantes ; car, par exemple, c'est par un changement d'un des plans de projection qu'on résout de la manière la plus simple les problèmes de déterminer les intersections avec un plan d'un polyèdre ou d'une courbe gauche quelconque.

Gênes, 28 décembre 1913. Gino Loria.

LA LIGNE DE TERRE ET LE SECOND BISSECTEUR

Notes sur certains principes de la géométrie descriptive.

Introduction.

Il est vraisemblable que la représentation des figures à trois dimensions au moyen des projections remonte à une époque très reculée. Les projections n'étaient pas seulement employées dans les plans topographiques et dans les cartes, mais aussi dans les arts de la construction. La géométrie descriptive ne peut donc être attribuée à Monge comme une création ; il est cependant certain qu'il a rassemblé des documents épars, des tracés en usage dans la pratique; il les a améliorés, complétés, et en a fait une véritable science, branche de la géométrie.

Le point capital de la doctrine de Monge est l'emploi de deux plans de projection fixes, rectangulaires, dont l'intersection est la ligne de terre. Aussi, dans la représentation du plan — qui est fondamentale — est-il amené immédiatement à considérer les *traces* ou droites d'intersection avec les deux plans de projection. L'importance attribuée aux traces par Monge est telle que les plans ne sont *jamais* donnés autrement dans son ouvrage. Son continuateur, HACHETTE[1], n'abandonne pas cette idée, mais se rend compte qu'un plan peut être défini autrement que par les traces ; aussi le premier problème du *supplément* est-il le suivant : « Construire le plan qui passe par trois points donnés dans l'espace » (c'est-à-dire construire ses traces).

Combien de temps durèrent ces errements ? Je ne saurais le dire avec précision. Un célèbre professeur de géométrie descriptive, KIAES, paraît avoir notablement élargi le cadre trop rigide de Monge, si l'on en croit la préface de son traité (huitième édition, 1888) : « Autrefois un plan était toujours figuré par ses traces sur deux plans de projection, et quand on avait à considérer un plan dans la résolution d'un problème, quelles que fussent les données, on construisait les traces du plan. Quand il arrivait que les traces étaient situées hors des limites de l'épure, on était arrêté et obligé de changer les données. Aujourd'hui on opère sur les plans, quelle que soit la manière dont ils sont donnés, et le plus souvent on arrive au résultat avec moins de constructions que n'en exige la détermination des traces. »

Un point est donc *pratiquement* acquis : les traces sont inutiles. La ligne de terre ne doit donc servir à rien. Il suffit cependant de feuilleter les figures du livre de KIAES pour constater l'emploi fréquent des traces et la présence continuelle de la droite xy.

A la même époque (1882), rompant avec les traditions de Monge, le colonel MANNHEIM publia dans les *Nouvelles annales de mathématiques* une série d'articles réunis ensuite en une brochure sous le titre : Premiers Eléments de la Géométrie descriptive. L'*avertissement* montre nettement à quel mobile obéissait l'auteur : « J'engageais les professeurs à introduire dans les éléments les procédés en usage dans les applications... Ces quelques pages ont simplement pour but d'introduire dans les éléments les procédés employés par les ingénieurs... Actuellement, pour résoudre les problèmes élémentaires, on emploie des solutions qui conduisent à des tracés simples, mais qui ne sont simples que grâce à la préparation des données. Ces tracés d'ailleurs ne servent plus lorsqu'on arrive aux applications. Il me paraît donc important, dès le début, de n'employer que les *solutions mêmes* que l'on retrouvera plus tard. » La méthode préconisée par le colonel Mannheim est donc celle du dessin d'architecture, de machines, des épures d'appareillage et du trait de charpente. On se sert de deux projections sur deux plans rectangulaires *dont les directions sont connues, mais dont les positions sont arbitraires;* ils sont cependant placés, par rapport à l'objet à représenter, de manière telle que les cotes et les éloignements de tous les points soient de même signe — c'est-à-dire que les plans de projection ne cou-

[1] *Géométrie descriptive de Monge.* Nouvelle édition avec un supplément, par M. Hachette, instituteur de l'Ecole Impériale Polytechnique, Paris, 1811, supplément, page 12.

peut jamais l'objet figuré. Moyennant quoi, la distance des deux projections, le plan de l'une ayant été rabattu sur le plan de l'autre, est absolument indifférente. Plus de ligne de terre, plus de traces, comme cela se passe, à vraí dire, dans la pratique ; d'où grande simplification pour les débutants qui n'ont pas besoin d'apprendre les diverses positions des points par rapport aux plans de projection, ne peuvent plus se tromper dans les constructions lorsque les points ne sont pas dans le premier dièdre, et aussi plus grande facilité dans la ponctuation des épures.

Il y avait là, sans nul doute, une idée heureuse, mais il faut constater qu'elle n'a fait fortune ni dans l'enseignement secondaire proprement dit, ni dans les cours préparatoires aux grandes écoles. A vrai dire, on a pris l'habitude de se servir moins souvent de la ligne de terre et de ne plus la tracer lorsqu'elle est inutile, c'est-à-dire de laisser aux plans de projection une certaine mobilité. Dans la partie élémentaire de son ouvrage, M. Javary fait fréquemment remarquer qu'on peut se passer de ligne de terre, sans expliquer d'ailleurs pourquoi.

L'usage des 4 dièdres des plans de projection devait attirer l'attention sur deux situations particulières des points de l'espace. Lorsqu'un point est dans l'un ou l'autre des plans bissecteurs de ces dièdres, sa cote est égale à son éloignement, en valeur absolue ; il en résulte que, sur l'épure, les projections du point sont, ou symétriques par rapport à la ligne de terre (premier bissecteur), ou confondues (second bissecteur). Toute figure du second bissecteur a donc ses projections confondues. Frappé des avantages qui en résultent au point de vue de *l'économie graphique*, si l'on peut ainsi s'exprimer, M. Picquet, alors examinateur d'admission à l'Ecole Polytechnique, essaya, par le moyen de certaines questions d'examen [1], de faire pénétrer dans l'enseignement l'usage du second bissecteur comme *plan auxiliaire*, à côté des cinq autres devenus classiques : plans de bout, vertical, horizontal, de front, de profil. Or il se trouve, fait paradoxal à première vue et cependant presque évident, que *le second plan bissecteur est connu sans que l'on figure la ligne de terre sur l'épure, bien qu'il la contienne*. Il n'y a, à ma connaissance, qu'un seul ouvrage classique où soit faite explicitement cette remarque très importante, c'est le *Cours de Géométrie descriptive* de MM. Martin et Pernot (tome I, page 5). Nous entrons ici dans le vif du sujet.

Le Système de Monge modifié.

Tel est le nom que MM. Martin et Pernot ont donné à l'épure faite au moyen de deux plans rectangulaires de projection, l'un

[1] Cf. Lucien Lévy, *Examens et Examinateurs*, Revue du Mois, 1re année (1906), p. 147.