Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 16 (1914)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR L'OPÉRATION « TRANSPORT DE SEGMENTS RECTILIGNES » DANS LES CONSTRUCTIONS DE LA GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE

Autor: Loria, Gino

Kapitel: I

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-15532

SUR L'OPÉRATION « TRANSPORT DE SEGMENTS RECTILIGNES » DANS LES CONSTRUCTIONS DE LA GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE

I

Parmi les constructions élémentaires classiques de la géométrie descriptive il y en a un certain nombre qui exigent le « transport de segments de droites » d'une place à l'autre de l'épure ; je cite comme exemples de cette espèce de constructions celles ayant pour but la projection P‴ sur le plan de profil d'un point P dont on connaît la représentation (P′, P″) dans la Méthode de Monge (voir fig. 1) ou bien de la trace t_3 sur le même plan d'un plan déterminé par ces traces t_1, t_2 (même figure).

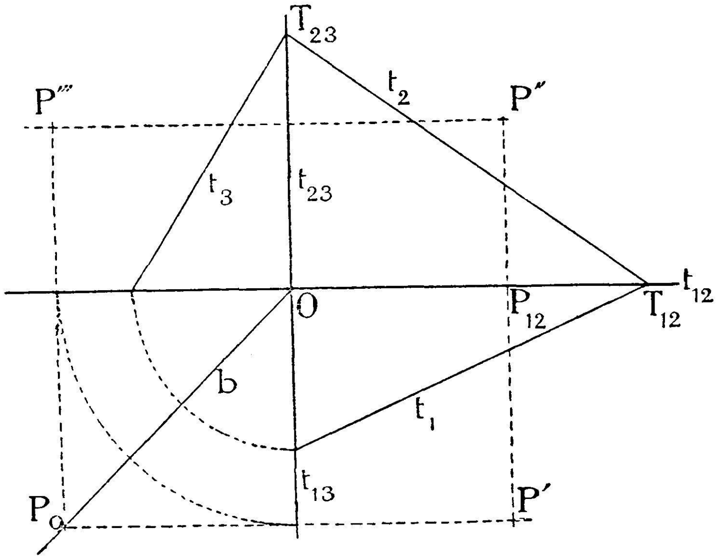

Fig. 1.

Or ces constructions, quelques simples qu'elles soient, offrent des inconvénients assez graves dans leur exécution pratique, *car dans chaque cas il faut savoir dans quel sens le transport doit avoir lieu.*

Pour ce qui a rapport à la première des questions que je viens de citer, la difficulté a été vaincue de la manière la plus heureuse par M. E. Waelsch [1] par un procédé désormais ancien, que je vais exposer.

[1] *Ueber eine Aufgabe aus der darstellenden Geometrie* (Monatshefte f. Math. und Phys., T. III, 1892, p. 92-96).

Appellons t_{12} la ligne de terre et t_{13}, t_{23} les intersections du plan de profil avec les plans horizontal et vertical de projection après le rabattement de tous les plans fondamentaux sur l'épure ; appellons encore P_{12} et P_{23} les intersections des droites t_{12} et t_{23} avec les ordonnées $P'P''$ et $P''P'''$; pour distinguer les différentes régions du plan du dessin nous fixerons un sens positif sur la ligne de terre t_{12} et un sur la droite t_{23} en faisant la convention suivante : un observateur étendu sur la droite t_{12} (ou t_{23}) de manière que le sens pieds-tête coïncide avec le sens positif de cette droite a, à sa droite, la région positive du plan horizontal π_1 (ou respectivement du plan vertical π_2). Cela posé, la côte verticale du point arbitraire P est le nombre que mesure le segment $P'P_{12}$ ou bien le segment $P'''P_{23}$, nombre pris avec un signe bien déterminé. Par conséquence (fig. 1), si P_0 est le point ou se coupent les parallèles me-

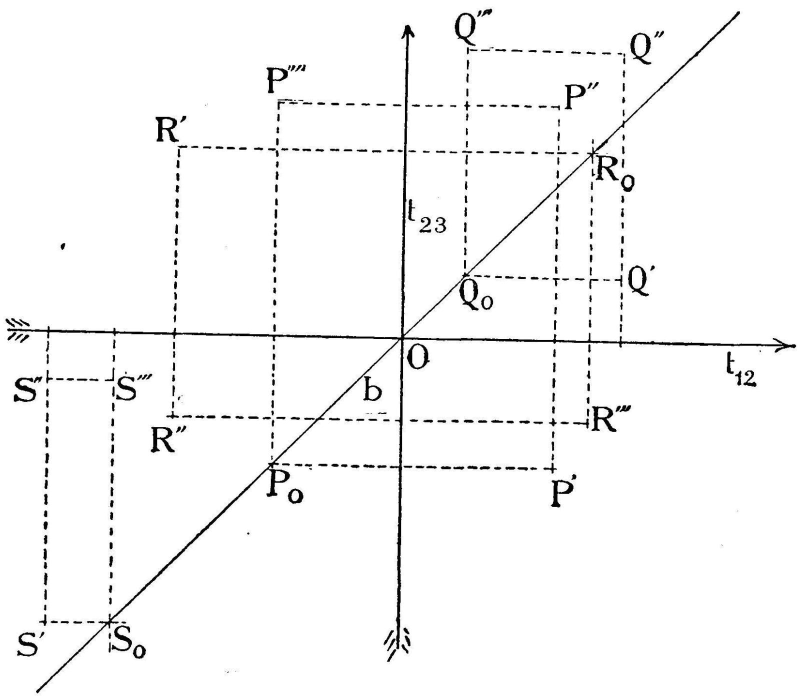

Fig. 2.

nées du point P'_{12} à t_{12} et du point P''' à t_{23} se trouve sur la bissectrice b de l'angle fermé par les directions positives des droites t_{12} et t_{23} : de là, la construction qui suit (fig. 2) : par le point donné P' menons la parallèle à la droite t_{12} et par le point P_0 où elle coupe la bissectrice b, conduisons la parallèle à t_{23} ; cette droite coupera au point cherché P''' la parallèle menée par l'autre point donné P'' à la ligne de terre. (Dans la fig. 2 on a répété cette construction sur plusieurs points P, Q, R, S, situés en des différentes régions de l'espace pour montrer qu'on peut l'exécuter « automatiquement » sans qu'il soit nécessaire aucune discussion préalable). Il est bon de remarquer qu'en l'exécutant dans un ordre différent elle donne la première projection d'un point P déterminé sur ses projections sur le plan vertical et sur le plan de profil.

Ce procédé appliqué à deux points arbitraires A, B d'une droite r mène à sa projection sur le plan de profil, car r''' n'est que la droite qui joint A''' et B'''; il convient en général de choisir (fig. 3) comme points auxiliaires les deux traces T_1 et T_2 de la droite r sur les deux premiers plans de projection (voir fig. 3). Ajoutons que sur la droite r on peut considérer un troisième point, c'est sa trace T_3 sur le plan de profil; pour déterminer ce point remarquons que T''_3 est le point où r'' coupe t_{23}; de manière que $T'''_3 = T_3$ n'est que le point auquel r''' est coupée par la perpendiculaire menée du point T''_3 à la droite t_{23}. En reconnaissant T''_3 et T'''_3 il est aisé de trouver T'_3 par la méthode exposée ci-dessus; cette construction offre une vérification car T'_3 doit tomber sur r'. La figure prouve aussi qu'on peut trouver $T'''_3 = T_3$ à l'aide de points T'_3 et T''_3, sans avoir recours à la projection r'''.

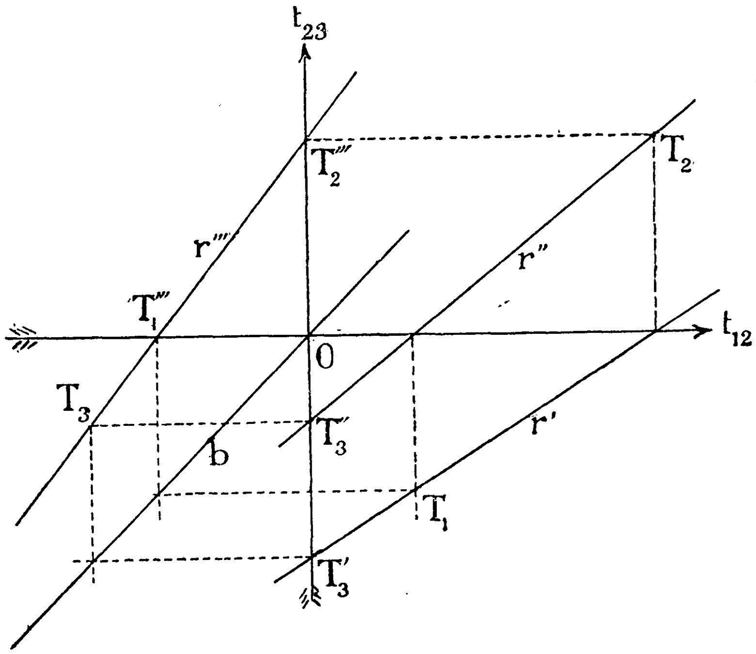

Fig. 3.

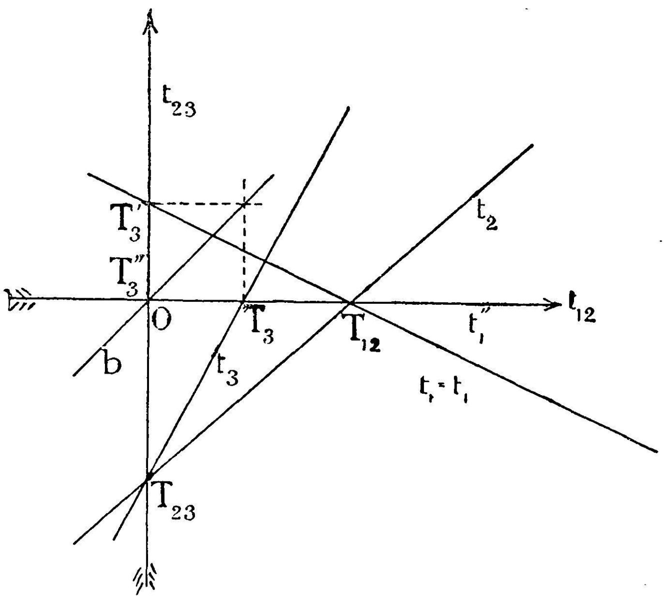

Fig. 4.

De tout cela, on peut tirer une construction tout à fait sûre de la troisième trace t_3 d'un plan donné par ces traces t_1 et t_2 (fig. 4). Remarquons, en effet, que de la même manière que t_1 et t_2 se coupent en un point T_{12} de la ligne de terre t_{12}, t_2 et t_3 iront se rencontrer dans un point T_{23} de la droite t_{23}; de manière que, pour déterminer t_3, on n'a besoin que d'en chercher directement un point: à cet effet, il suffit de considérer une droite du plan $[t_1 t_2]$ et d'en construire, par le procédé exposé ci-dessus, la troisième trace T_3. Or, comme droite auxiliaire il convient de choisir la droite t_1 : elle coïncide avec sa première projection t'_1, tandis que t''_1 tombe sur la droite t_{12}. T'_3 est le point $t_1 t_{23}$ tandis que T''_3 est le point $O = t_{12} t_{23}$; appliquons aux points T'_3 et T''_3 une construction précédente et nous obtiendrons le point $T'''_3 = T_3$; en le joignant au point T_{23} on aura de suite t_3. La figure prouve que les deux segments rectilignes OT'_3 et OT_3 sont égaux entre eux ; cela suffit pour établir l'accord parfait de notre construction avec une de celles qui sont rappelées par la figure 1.

II

L'opération de transporter un segment se présente encore dans une autre catégorie de questions, c'est-à-dire dans celles relatives au changement des plans de projection dans la méthode de

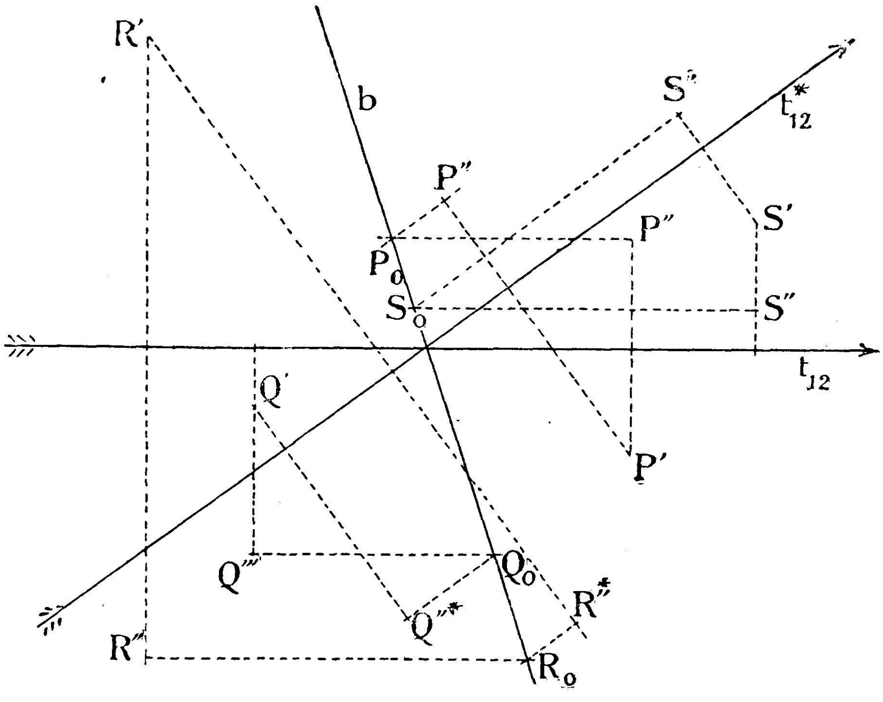

Fig. 5.

Monge. Nous allons nous en occuper à cause de leur considérable importance pratique, en nous bornant, comme c'est permis de le faire, au cas dans lequel on ne change qu'un des plans auxquels on rapporte toutes les figures de l'espace, par exemple, le plan vertical. Dans ce cas, les données de la question sont les deux lignes de terre, l'ancienne t_{12} et la nouvelle t^*_{12} et ce qu'il faut trouver est la nouvelle représentation d'un point, d'une droite ou d'un plan représentés par rapport au système primitif.