J. König. — Neue Grundlagen der Logik, Arithmetik und Mengenlehre, mit dem Bildnis des Verfassers. -- 1 vol. in-8°, viii-259 p. ; 8 M. ; relié 9 M. ; Veit et Cie, Leipzig, 1914.

Autor(en): **Mirimanoff, D.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **16 (1914)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.09.2024**

cylindre circulaire. D'ailleurs, de nombreux exercices, souvent proposés avec données numériques, accompagnent, en détail, toutes les théories exposées. Si l'on ajoute que l'ouvrage doit être naturellement complété par un second fascicule relatif à la Dynamique, à la notion générale de travail et au Principe des travaux virtuels, on voit qu'il constituera un excellent ouvrage de début pour les futurs ingénieurs et techniciens.

A. Buhl (Toulouse).

H. H. Goodacre, E.-F. Holmes, C.-F. Noble, P. Steer. — **Bell's Outdoor and Indoor experimental Arithmetics.** — *Teacher's book.* — 1 vol. in-16; xii-377 p.; 3 s. 6 d.; G. Bell, and Sons, Londres.

La méthode adoptée par les auteurs de ce manuel est caractérisée nettement par son titre : *Exercices d'arithmétique appliquée en plein air et en classe.* La préface nous apprend que la circulaire 807 du *Board of Education* a servi de guide aux auteurs. Ils ont réuni et ordonné avec soin les exercices susceptibles de former un cours d'arithmétique dans une école élémentaire comprenant cinq années de cours correspondant aux classes intitulées Standard III à VII (9-14 ans).

Tous ces exercices ont été expérimentés par les auteurs eux-mêmes dans leurs classes respectives.

Ils mettent en garde, surtout pour les classes supérieures, contre la mode actuelle de donner une importance croissante au concret au détriment de l'abstrait. Afin de remédier cependant, dans la mesure du possible à la surcharge des programmes amenée par les exigences modernes, ils ont cherché à supprimer les exercices ayant pour seul but le développement du raisonnement ou l'acquisition de la maîtrise du calcul, pour les remplacer par ceux qui tout en conservant ces qualités y joignent une utilité plus directe, soit en établissant un principe abstrait, soit en donnant une démonstration pratique d'un calcul théorique.

L'introduction du système métrique en Angleterre ne paraissant plus très lointaine, les auteurs donnent un assez grand nombre d'applications de ce système et de ses rapports avec ceux actuellement en usage.

Comme l'indique un sous-titre, ce manuel est plus spécialement destiné aux maîtres ; non pas pour être suivi à la lettre, mais pour faire naître des idées.

Une page sur deux est seule employée à l'énoncé et l'explication des exemples, la page en regard étant réservée à des remarques et conseils sur leur application, condition, limites et moyens, suggérés aux auteurs par leur propre expérience.

Un appendice contient la liste complète et la description des instruments nécessaires pour l'application effective de ces exercices.

Dans le courant de l'ouvrage on trouve également des indications très précises et complètes au sujet de la construction de quelques-uns des instruments que l'exiguïté des crédits scolaires rendraient souvent inaccessibles.

R. Masson (Genève).

J. König. — **Neue Grundlagen der Logik, Arithmetik nnd Mengenlehre,** mit dem Bildnis des Verfassers. — 1 vol. in-8°, viii-259 p.; 8 M.; relié 9 M.; Veit et Cie, Leipzig, 1914.

Jamais peut-être on ne s'est tant occupé de questions relatives aux principes des mathématiques et de la logique pure, et jamais, croyons-nous, les rapports entre ces deux disciplines n'ont été plus étroits. Si la logiqne a tiré profit des recherches profondes des Hilbert, des Dedekind et des Cantor, la mathématique pure, et surtout l'arithmétique et la théorie des ensembles ont subi à leur tour l'influence des travaux subtils des logiciens d'aujourd'hui, qui ont abouti à un remaniement de la logique d'Aristote. Il en est résulté une sorte de collaboration inattendue, d'autant plus précieuse qu'elle a mis en présence des tendances entièrement différentes. Et si les divergences et le désaccord continuent toujours à subsister, des questions d'une importance capitale ont pu être élucidées grâce aux recherches de ces dernières années.

L'ouvrage posthume du mathématicien hongrois J. König se rattache à ces travaux ; il résume les résultats de ses profondes réflexions sur les fondements de la logique, de l'arithmétique et de la théorie des ensembles.

Pour bien comprendre la pensée de König, une étude approfondie serait nécessaire, car son livre abonde en idées originales et rien n'y est inutile ou banal : cette logique, qu'il construit de toutes pièces sur une base nouvelle, n'est ni celle de Russell, ni celle d'Aristote, et ses idées sur les fondements de l'arithmétique et de la théorie des ensembles diffèrent sur bien des points de celles de Hilbert ou de Zermelo. Mon analyse du livre de König sera donc forcément très incomplète.

Pour König, le but de la logique, qu'il compare volontiers aux sciences naturelles, est de décrire et d'ordonner les phénomènes de notre pensée, de même que la mécanique céleste décrit les mouvements des planètes.

Cette description doit commencer par les intuitions, expériences et faits premiers les plus simples. Je me bornerai à en citer deux, que König prend du reste pour point de départ : 1° un *Erlebnis* de ma conscience (le mot allemand *Erlebnis* désigne, si j'ai bien compris, tout phénomène se déroulant dans la conscience) peut se reproduire, 2° il existe dans ma conscience des *Erlebnisse* différents.

A ces faits premiers, où le mot *Erlebnis* peut du reste être remplacé par le mot *Ding* (chose), qui est un *Erlebnis* extériorisé, König adjoint successivement des faits premiers moins immédiats relatifs à des *Erlebnisse* particuliers tels que : représentations, noms, signes, associations de noms et de signes, etc.

Et un principe important est introduit, que König appelle « norme fondamentale de notre pensée » et qu'on peut énoncer ainsi : les *Erlebnisse* « M *est différent de* N » et « M *n'est pas différent de* N » sont incompatibles. Aussi toute hypothèse ou relation ou forme qui violeraient ce principe seront considérées comme *impossibles*.

Nous voilà donc en possession d'un ensemble de faits et d'un principe. En s'appuyant sur cette base, König passe à l'analyse des notions logiques fondamentales. Le mot *Ding* perd le sens intuitif qu'il avait au début et prend une extension de plus en plus large, mais l'originalité du point de vue de König apparaît surtout dans l'analyse de la notion de collection ou d'ensemble, qui joue un rôle essentiel dans cette étude. A bien des esprits, les distinctions qu'il introduit dans cette partie de son livre paraîtront certainement trop subtiles : il faut en chercher l'origine dans les difficultés soulevées par les fameuses antinomies cantoriennes, celles surtout de Russell et de Burali-Forti. La manière dont König décompose la notion délicate d'ensemble, en mettant en évidence les notions élémentaires qui y sont implicitement contenues, la distinction des ensembles purs et des ensembles ordinaires, — tout cela est fort curieux, et personne, je crois, n'y avait songé avant lui.

C'est en s'appuyant sur la notion d'ensemble ainsi précisée que König construit l'ensemble modèle qui lui servira plus tard de type de comparaison. En partant d'un *Ding* quelconque x, il envisage, à la manière de Zermelo, l'ensemble fx dont l'unique élément est x, l'ensemble ffx dont l'unique élément est fx, etc. On devine le rôle que cet ensemble modèle va jouer dans la suite : on dira par exemple qu'un ensemble donné est fini lorsqu'il est équivalent à une suite-modèle fermée ; et la suite ouverte. premier exemple d'une suite ω, interviendra dans l'étude des fondements de l'arithmétique et du principe d'induction complète.

D'autres notions logiques fondamentales sont introduites à leur tour : celles d'ordre, d'implication, d'équivalence, etc. Je ne saurais les énumérer toutes. Je me bornerai seulement à indiquer les points principaux sur lesquels König s'écarte de ses devanciers : c'est d'abord sa manière de définir l'addition logique, qui pour lui est toujours disjonctive ; c'est ensuite l'introduction de la notion d'isologie, sorte d'égalité sous un certain rapport. Mais la divergence s'accentue surtout dans sa manière d'interpréter la notion de vrai. Cette notion de vrai, au sens habituel du mot, est peu claire ; de plus elle est relative et dépend des conventions que nous introduisons spontanément. König la remplace par la notion plus précise de « vrai dans un certain domaine ». Un *Erlebnis* est vrai dans un certain domaine, s'il en fait partie. Quant au domaine (Denxbereich) où la notion de vrai se trouve ainsi enfermée, nous pouvons ou bien le créer de toutes pièces par un choix direct des *Erlebnisse* dont il est la réunion, ou bien compléter sa définition en lui imposant certaines propriétés, par exemple celle-ci, que König appelle involution : si l'*Erlebnis* A appartient au domaine, l'*Erlebnis* B y appartient aussi.

Supposons maintenant qu'un *Erlebnis* Z ne fasse pas partie d'un domaine D ainsi construit. Si alors l'*Erlebnis* Z' « *Z est un fait inadmissible* » appartient à D, nous dirons que Z est faux dans D. Mais il pourrait arriver que ni Z, ni Z' ne fissent partie de D ; dans ce cas Z ne serait ni vrai, ni faux dans D.

Certes, cette manière de voir de König ne surprendra pas beaucoup les mathématiciens, mais on voit combien elle s'écarte de la manière classique.

Nous avons nommé les notions logiques fondamentales les plus importantes envisagées par König. De ces notions il remonte aux lois fondamentales, et des lois fondamentales au *domaine de la logique pure*, but principal de ses efforts.

Dans la plupart de ces lois et des formes logiques qui les expriment (la liste de König en comprend 28, divisées en cinq groupes), on reconnaît les lois et les formules de la logistique (*cf.* l'excellent livre de M. Couturat L'*Algèbre de la logique*), par exemple les formes qui expriment les propriétés des conjonctions *et, ou, donc,* bien que leur interprétation soit différente et qu'au lieu des égalités on ait en général des isologies.

Mais la liste de König contient aussi un groupe nouveau : ensemble des formes qui expriment les propriétés des notions de vrai et de faux « dans un certain domaine ».

D'autre part, et ce point est d'une importance capitale, certaines lois fondamentales de la logique classique, par exemple, les principes de contradiction et du milieu exclu, ne figurent pas dans la liste de König, j'en expliquerai la raison dans un moment.

C'est en partant des formes ou lois fondamentales que König construit son domaine de la logique pure.

Il introduit quatre règles ou principes, dont le fameux « dictum de omni et nullo », qui, appliqués aux formes fondamentales, sont destinés à donner des formes logiques nouvelles ; du reste les transformations qui peuvent être faites de cette manière sont toutes comprises dans un processus général « la déduction logique » que König définit avec précision.

Eh bien, le domaine de la logique pure est par définition l'ensemble de toutes les formes qu'on peut déduire de cette manière, y compris les formes fondamentales elles-mêmes.

Une question se pose alors : ce domaine de König est-il exempt de contradiction ? König y répond affirmativement : quelque grand que soit le nombre de nos déductions, nous ne tomberons jamais dans la contradiction. Certes, cette propriété ne saurait être démontrée, mais König fait voir qu'elle peut être rendue évidente, en faisant appel à l'intuition, par une sorte de « demonstratio ad oculos ».

Nous avons dit que les principes de contradiction et du milieu exclu ne figurent pas parmi les lois logiques fondamentales. En voici la raison : si l'on admettait l'un de ces principes, par exemple, le principe de contradiction, dans le domaine de König, ce domaine deviendrait impossible. Le principe de contradiction n'est pas une loi logique au sens de König ; il exprime une propriété du domaine de la logique pure, mais il n'en fait pas partie. Du reste les deux principes sont équivalents : ils se déduisent l'un de l'autre.

Maintenant le problème que s'est posé König peut être considéré comme résolu, au moins en ce qui concerne la logique pure. On passera à une discipline particulière, telle que l'arithmétique ou la géométrie, en adjoignant aux formes fondamentales de la logique pure un certain nombre de formes nouvelles, que König appelle formes axiomatiques, et en contruisant le domaine plus large caractérisé par les formes ainsi introduites.

Pour l'arithmétique le nombre des axiomes introduits par König est assez grand et la construction du domaine présente des difficultés spéciales.

La même question se pose ici : le domaine de l'arithmétique ainsi construit est-il exempt de contradiction ? La réponse de König est encore affirmative : le raisonnement arithmétique ne saurait jamais aboutir à une égalité telle que $3 = 4$. Là encore il s'agit d'une « demonstratio ad oculos ».

Très curieuse est aussi l'analyse des notions et des propositions fondamentales de la théorie des ensembles, à laquelle König consacre les derniers chapitres de son livre. Je signalerai, entre mille autres choses intéressantes, des considérations originales sur l'axiome et le théorème de Zermelo et une solution nouvelle des antinomies cantoriennes.

L'ouvrage de König est certainement l'un des livres les plus profonds qui aient été publiés sur les principes des mathématiques et de la logique.

D. Mirimanoff (Genève).

A. Mitzscherling — **Das Problem der Kreisteilung.** Ein Beitrag zur Geschichte seiner Entwicklung. Mit einem Vorwort von H. Liebmann. — 1 vol. in-8^{0} ; vi-214 p. avec 210 fig. ; 7 M., relié 8,40 M. ; B.-G. Teubner, Leipzig.