

<b>Zeitschrift:</b>	L'Enseignement Mathématique
<b>Herausgeber:</b>	Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
<b>Band:</b>	16 (1914)
<b>Heft:</b>	1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE
<b>Kapitel:</b>	LA PRÉPARATION MATHÉMATIQUE DES INGÉNIEURS DANS LES DIFFÉRENTS PAYS

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 28.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# LA PRÉPARATION MATHÉMATIQUE DES INGÉNIEURS DANS LES DIFFÉRENTS PAYS

## I

### RAPPORT GÉNÉRAL

*présenté à la séance du 3 avril 1914*

PAR

**Paul STAECHEL**

Professeur à l'Université de Heidelberg.

---

### I. — Généralités<sup>1</sup>.

Ce n'est pas par hasard que la Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique a inscrit à l'ordre du jour de sa réunion de Paris, la question de la préparation mathématique des ingénieurs. C'est à Paris, en effet, que se trouve l'Ecole polytechnique, cette œuvre caractéristique de la première République, institution qui durant 120 ans a fait honneur à sa fière devise : Pour la patrie, les sciences et la gloire.

C'était une idée véritablement nouvelle que celle qui trouve son expression dans la loi de septembre 1794, et qui demandait une éducation théorique uniforme pour tous les jeunes gens désirant entrer dans certains corps militaires ou civils, l'artillerie, le génie, les mines, les constructions navales, les ponts et chaussées, etc. Pour atteindre ce but, on créa à côté des Ecoles spéciales de fondation antérieure, telles que l'Ecole des mines, l'Ecole des ponts et chaussées et d'autres, l'Ecole polytechnique. L'organisation de cette Ecole exerça une influence durable sur l'Enseignement des Mathématiques et sur la préparation mathématique des ingénieurs du monde entier.

---

<sup>1</sup> *Question I.* Comment la formation en vue d'une carrière d'ingénieur est-elle organisée dans l'Enseignement supérieur ? — L'entrée aux Ecoles supérieures est-elle précédée d'un enseignement particulier, comme les Mathématiques spéciales en France ? — Existe-t-il des établissements particuliers (écoles techniques supérieures) pour l'instruction des élèves-ingénieurs, ou n'y a-t-il dans ce but, que des subdivisions spéciales dans les Universités, ou bien les deux modes existent-ils simultanément ? — Une partie de la formation, en particulier la formation mathématique est-elle commune avec d'autres étudiants, par exemple avec les étudiants en Mathématiques ou en Sciences naturelles ?

D'une façon générale nous trouvons relativement à la préparation des ingénieurs deux systèmes. La plupart des pays ont adopté pour leurs écoles le système d'organisation mis en vigueur au milieu du XIX<sup>e</sup> siècle à Karlsruhe et à Zurich ; ce sont les universités techniques (*Technische Hochschulen*). Ce qui caractérise ces écoles, c'est la présence d'une section consacrée aux sciences générales, sur le modèle de l'Ecole polytechnique, précédant d'autres sections spéciales pour les architectes, les ingénieurs proprement dits, les chimistes. En bien des endroits, on trouve également des sections pour les constructions navales, les mines, les eaux et forêts, l'agriculture et enfin pour la préparation des professeurs de mathématiques et de sciences physiques et naturelles. Dans ces pays, on accorde une grande importance à la réunion des différentes sections en un seul ensemble, car on pense que des écoles spéciales isolées risquent de dépérir, si l'on les destine surtout à la préparation des fonctionnaires de l'Etat.

Dans le second système, ce sont les universités elles-mêmes, utilisées déjà pour la préparation des carrières libérales, qui se chargent de l'enseignement théorique des ingénieurs. Par la création de nouveaux instituts, elles entreprennent également une étude plus étendue de certaines branches techniques.

Le premier système est en vigueur en Allemagne, Autriche, Danemark, Espagne, Hollande, Hongrie, Norvège, Russie et Suède. Naturellement il existe aussi dans ces pays, outre les Universités, d'autres écoles spéciales, comme les Académies des mines et forêts, en Allemagne, l'Ecole des voies et communications et l'Ecole des mines de St-Pétersbourg.

En France, en dehors de l'Ecole polytechnique qui dépend du Ministère de la Guerre, il y a des Ecoles supérieures qui dépendent du Ministère du Commerce et de l'Industrie ou du Ministère des Travaux Publics. Ce sont l'Ecole centrale des Arts et Manufactures, le Conservatoire des Arts et Métiers, l'Ecole des Mines, l'Ecole des Ponts et Chaussées, les Ecoles d'Arts et Métiers. Ces écoles forment des ingénieurs pour l'industrie privée, les Compagnies de chemins de fer, etc., en même temps que pour les Administrations publiques.

L'Ecole centrale recrute ses élèves en majeure partie dans les lycées. Le Conservatoire des Arts et Métiers recrute ses élèves plutôt dans le public des contremaîtres ou des ingénieurs occupant déjà des situations dans l'industrie et désirant se perfectionner.

Depuis la réorganisation des Universités françaises (1897), qui dépendent du Ministère de l'Instruction publique, plusieurs d'entre elles ont institué un enseignement technique supérieur faisant suite à leur enseignement théorique. C'est surtout dans les branches de la chimie, de l'électricité et de la mécanique que

se sont développés ces enseignements techniques. Citons en particulier les Universités de Grenoble, Nancy, Lille et Toulouse.

En Angleterre l'enseignement des ingénieurs s'est développé plus tard que dans les pays continentaux. Ce n'est que vers la fin du XIX<sup>e</sup> siècle qu'on a organisé des cours techniques faisant suite à l'enseignement théorique des universités. En 1907 on a fondé le Collège impérial technique à Londres, institution analogue aux universités techniques ; cependant les jeunes gens ont l'habitude d'aller travailler dans les ateliers qu'une partie de ceux-ci qui immédiatement après avoir fini leurs études théoriques et ce n'est reviennent au Collège pour compléter leurs études techniques.

La Suisse possède une Ecole polytechnique fédérale à Zurich et une Faculté technique à l'université de Lausanne.

Autrefois, en Italie, la préparation théorique des futurs ingénieurs comprenait deux années d'université suivies de trois années d'étude dans une école technique spéciale ou dans une section technique d'une université. En outre il y avait une université technique à Milan fondée par Brioschi. Récemment, on a ajouté des universités techniques complètes, avec cinq années d'études, à Turin et Padoue.

Aux Etats-Unis, où une centaine d'universités s'occupent de la préparation des ingénieurs, il en existe à peu près un tiers de nature franchement technique ; les autres sont des universités ou des collèges renfermant, à côté des sections techniques, encore d'autres sections. Le rapport de la sous-commission américaine indique les avantages qui résultent de cette réunion des différentes sections. On signale l'émulation réciproque des diverses sections ; la possibilité de se procurer de meilleurs professeurs pour de plus grands établissements et de doter plus richement les instituts et les bibliothèques ; enfin une base plus large pour la préparation des étudiants. Comme désavantages, on constate que l'enseignement prend facilement un caractère abstrait et que les étudiants s'occupent davantage de sports dans les universités que dans les collèges séparés. On peut ajouter que, tout récemment, des tentatives ont été faites dans des pays possédant des universités techniques, à Dresde et à Innsbruck, pour rattacher l'université proprement dite à l'université technique supérieure.

Quelques-unes des universités techniques ont été d'abord des écoles spéciales qui avaient été elles-mêmes fondées pour satisfaire les besoins de l'industrie. Ce n'est que peu à peu que ces écoles ont acquis le rang académique, et qu'on leur a confié la préparation des fonctionnaires techniques supérieurs de l'Etat. Ce développement progressif est lié étroitement à la question de la préparation antérieure des étudiants. Ces écoles spéciales étaient généralement pourvues d'écoles préparatoires, dont l'enseignement était organisé en vue des diverses directions à

suivre ultérieurement; en outre il existait également des écoles indépendantes pour la préparation des techniciens comme les Ecoles professionnelles provinciales en Prusse et les Ecoles industrielles de Bavière. Il est remarquable que les écoles de cette nature, à part quelques rares exceptions, ont disparu dans le courant du XIX<sup>e</sup> siècle, car l'opinion s'est de plus en plus implantée que la préparation aux diverses carrières supérieures doit être toujours précédée d'un enseignement général, permettant d'acquérir une éducation qui corresponde à l'état actuel de culture générale. Jusqu'à quel âge faut-il étendre cette instruction générale et quand peut-on commencer à prendre en considération l'individualité de l'élève? Ce sont là des questions difficiles qui ont été fort discutées durant ces dernières années et sur lesquelles nous reviendrons.

Pour les raisons qui viennent d'être signalées, on exige partout pour l'entrée dans une université technique la preuve d'une préparation antérieure telle que celle qu'on peut acquérir dans une école moyenne, de sorte que les jeunes gens peuvent commencer leurs études à l'âge de 18 ou 19 ans. Dans le cas où une préparation de ce genre ne serait pas prouvée par des certificats officiels, on peut, dans bien des pays, remplacer ceux-ci par un examen d'entrée qui roule principalement sur les mathématiques.

En France, l'admission à l'Ecole polytechnique se fait par voie de concours; les programmes exigent des connaissances importantes puisées dans les éléments de l'algèbre, de l'analyse, de la géométrie analytique, de la mécanique rationnelle, dont l'ensemble constitue ce qu'on appelle, en ce pays, les *mathématiques spéciales*. La préparation à ce concours peut se faire dans une classe de mathématiques spéciales, d'une durée d'un an au minimum, généralement de deux ans, et qui fait suite à la classe de mathématiques élémentaires par laquelle se termine l'enseignement secondaire. D'autres classes de mathématiques spéciales organisées d'une manière analogue préparent à l'Ecole centrale. En dehors de la France, de semblables dispositions n'existent, semble-t-il, qu'au Portugal.

En Allemagne on envisage de plus en plus favorablement l'idée d'une transformation de l'enseignement des dernières classes secondaires, afin de permettre aux élèves de manifester plus librement leurs goûts et leurs dons particuliers et de faciliter le passage à la liberté académique des universités. A cette demande de réforme, il faut ajouter celle des ingénieurs qui voudraient qu'on fût en droit de supposer connus, dès le début, des cours mathématiques et de physique professés dans une université technique, les éléments d'une forme plus large qu'on ne le fait actuellement. A Zurich on est déjà arrivé à n'admettre sans examen comme étudiants, que les élèves ayant obtenu leur maturité dans un

Gymnase scientifique (Oberrealschule) suisse reconnu par le Conseil de l'Ecole polytechnique ou ayant une préparation équivalente ; par contre ceux qui ne possèdent que la maturité d'un Gymnase classique ou réel doivent subir un examen complémentaire en mathématiques.

En Russie, les jeunes gens qui se présentent à l'admission sont soumis à un triage fondé en partie sur les témoignages de maturité et en partie sur les résultats d'un concours roulant sur les mathématiques, la physique et la langue russe.

Par les observations qui viennent d'être faites, nous avons abordé la discussion de la question fondamentale de la préparation mathématique antérieure des étudiants. Les réponses qui ont été fournies par le questionnaire de la Sous-commission B montrent que les opinions sur ce sujet sont fort diverses ; la question mérite par conséquent d'autant plus qu'on la traite d'une façon détaillée dans la discussion.

Il existe d'abord une opinion extrême qui trouve ses adhérents surtout parmi les ingénieurs-mécaniciens ; ceux-ci veulent faire disparaître de l'université technique l'enseignement des mathématiques et des sciences physiques et le renvoyer entièrement aux écoles secondaires. Par exemple, le professeur RIEDLER de Berlin s'est plaint dernièrement de ce que les universités techniques ne soient pas encore devenues ce qu'elles devraient être à cause du tort que leur font les cours de sciences pures qui, à son avis, ne servent qu'à combler les grosses lacunes de la préparation antérieure.

Dans le rapport de la Sous-Commission suisse sur l'Ecole polytechnique de Zurich l'auteur s'est exprimé très énergiquement contre l'idée d'une étude méthodique du calcul différentiel et intégral dans les écoles secondaires. L'Ecole polytechnique, dit-il, ne peut renoncer à reprendre ces sujets depuis le début, car les bases mathématiques qui ont été inculquées dans l'enseignement secondaire aux élèves des écoles réales sont beaucoup trop peu sûres et ne peuvent guère l'être rendues davantage. En outre, la différence de conception et même de notation peut faire naître de la confusion et de l'incertitude. Enfin l'expérience montre que l'augmentation du champ des mathématiques dans l'enseignement secondaire se fait souvent au détriment des éléments, c'est-à-dire de l'algèbre, de la trigonométrie et de la géométrie analytique et est, par suite, en partie, la cause du peu de sûreté dont les élèves font souvent preuve dans ces branches.

Dans sa séance du mois de décembre 1913, la commission de l'enseignement technique, constituée par l'Association des ingénieurs allemands, qui durant ces trois dernières années a examiné la question de l'enseignement technique sous toutes ses faces, a formulé une résolution qu'il importe de signaler. D'après celle-ci,

on doit exiger de la part des nouveaux étudiants, outre la sûreté et l'habileté dans l'usage des mathématiques élémentaires, une connaissance approfondie, acquise par une longue pratique, des notions de variation des grandeurs et des fonctions, y compris la représentation graphique des relations fonctionnelles, ainsi que les notions de dérivée et d'intégrale appliquées à des exemples simples et clairs. Par contre, l'étude systématique du calcul infinitésimal est réservée expressément à l'université technique.

En France, la question est encore envisagée d'une façon toute différente. A l'Ecole polytechnique et à l'Ecole centrale on exige que des candidats soient bien familiarisés avec les éléments des mathématiques supérieures, mais ceci afin de pouvoir établir sur cette base une forte culture mathématique générale. On ne néglige pas, il est vrai, de prendre en considération les recherches mathématiques qui peuvent prendre de l'importance au point de vue technique dans un avenir immédiat, mais on prend bien garde que cela ne porte pas préjudice aux parties fondamentales de la théorie.

## II. — Nature de l'enseignement<sup>1</sup>.

Ceci nous amène à l'enseignement mathématique dans les universités techniques. Il peut arriver qu'une grande partie des ingénieurs qui proviennent de ces universités, une fois dans la pratique de leur métier, se servent peu des mathématiques supérieures. Par exemple, dans un questionnaire envoyé aux anciens élèves du Sibley Collège de la Cornell University, à Ithaca, environ la moitié de ceux-ci déclarèrent ne pas faire emploi des mathématiques supérieures dans leurs occupations actuelles. Or, tout ingénieur scientifique ne doit pas seulement savoir utiliser les lois et formules fondamentales, mais aussi les comprendre. Il doit être en état de suivre les progrès de la science. Il doit être capable de faire face avec honneur aux nouvelles tâches qui lui incombent. Pour cela, il ne suffit pas d'un entraînement mathématique faisant comprendre la résolution de quelques problèmes correspondant à l'état actuel de la technique. Enfin, l'enseignement mathématique dans les universités techniques a aussi pour but de développer et de fortifier la pensée abstraite.

Les professeurs de mathématiques de même que la grande majorité des ingénieurs de tous les pays civilisés sont d'avis que l'enseignement de cette branche doit avoir pour but un dévelop-

<sup>1</sup> *Question II.* L'enseignement mathématique vise-t-il une formation générale et est-il identique pour les étudiants des diverses branches techniques, ou bien y a-t-il une séparation suivant les diverses branches et en même temps une adaptation de l'enseignement aux besoins particuliers de chaque catégorie ?

nement général méthodique. C'est pourquoi on ne saurait recommander d'établir, lors des débuts de l'enseignement des mathématiques, une séparation des étudiants suivant les différentes branches de la science de l'ingénieur, c'est-à-dire d'organiser des cours spéciaux pour les ingénieurs-constructeurs, les ingénieurs-mécaniciens et les ingénieurs-électriciens. Par contre, on tiendra compte plus tard des besoins particuliers des diverses sections à l'aide de cours complémentaires facultatifs. Il faut encore remarquer qu'il en est autrement pour les architectes. L'enseignement mathématique a pour eux moins d'importance ; il est presque partout séparé de celui des ingénieurs, quelquefois même, il est complètement supprimé.

Ce principe, d'après lequel les futurs ingénieurs doivent recevoir une éducation mathématique générale, n'est pas en opposition avec la nécessité de tenir compte dans l'enseignement de la carrière à laquelle les jeunes gens se destinent. En effet, la pédagogie exige avant tout que l'enseignement intéresse les élèves, afin de ne pas tomber dans le pire des défauts, celui de devenir ennuyeux. La plupart des sujets des cours universitaires éveillent tout de suite l'intérêt des étudiants par leur relation directe avec la vocation choisie et également par le charme de la nouveauté, spécialement si ces étudiants ont fait, comme on le recommande souvent, quelque temps de pratique à l'atelier, immédiatement après avoir terminé leurs études secondaires. Par contre, les jeunes gens ne sauront pas généralement apprécier à sa juste valeur, dès le début de leurs études universitaires, l'importance des mathématiques pour l'ingénieur. S'ils sont, en outre, surchargés par un plan d'études trop vaste, ce dont souffrent beaucoup d'universités techniques, ils négligeront en premier lieu les mathématiques, et ceci est d'autant plus à regretter qu'il n'existe aucune branche pour laquelle une interruption des études ait de plus fâcheuses conséquences. Quelques étudiants réussissent à combler les lacunes par eux-mêmes. D'autres ont recours à des répétiteurs privés ; ce qu'ils emmagasineront à la hâte et superficiellement leur suffira peut-être pour passer l'examen, mais ne saura leur constituer un acquis durable pour la vie.

Pour remédier aux inconvénients visés, on a essayé, non sans résultat, de donner, dès le début, à l'enseignement mathématique une « teinte technique », c'est-à-dire de le mettre en relation avec les applications des sciences de l'ingénieur. Comment trancher cette question ? C'est là un des grands problèmes non encore résolus de la méthodologie universitaire.

Une difficulté de sa solution réside tout d'abord dans le fait que plus d'un professeur de mathématiques ignore ces relations et qu'il y en a qui ne s'y intéressent pas du tout. Nous aurons à revenir sur cette circonstance en parlant de la préparation et

du choix des professeurs de mathématiques pour les universités techniques ; disons déjà, toutefois, que rien ne serait plus funeste que de confier l'enseignement mathématique à des professeurs qui connaissent bien ces relations, mais ne possèdent pas à fond les mathématiques elles-mêmes.

Une autre difficulté, non des moindres, résulte du fait que les étudiants, durant les premiers semestres, ne connaissent pas suffisamment le domaine technique pour comprendre l'application des procédés mathématiques aux sciences techniques. On aurait tort de vouloir écarter cet inconvénient en introduisant dans ces exemples techniques des simplifications par lesquelles la base technique devient illusoire ; on ne peut se permettre des simplifications que sur des circonstances d'importance secondaire, autrement le dommage qui en résulte est supérieur au profit qu'on en retire. En tout cas ce n'est pas la tâche du mathématicien que d'enseigner prématûrement un peu des sciences de l'ingénieur, d'une façon sûrement incomplète et sans grand résultat. Pour la physique, les conditions sont plus favorables, mais c'est la mécanique surtout qui fournit une grande abondance de problèmes propres à animer l'enseignement mathématique et à réveiller chez les étudiants le sens de l'utilisation des mathématiques, sens qui n'est pas moins utile à l'ingénieur qu'un certain bagage de connaissances mathématiques.

L'essentiel dans les difficultés qui précèdent, c'est que, dans les applications des mathématiques, la recherche pratique et la recherche mathématique ne peuvent pas être séparées. Ainsi, celui qui désire enseigner aux étudiants les méthodes d'approximation graphiques, numériques et expérimentales, qui sont de la plus grande importance pour le progrès scientifique de la technique et le seront toujours davantage, ne doit pas insister uniquement sur le côté logique des recherches, il doit au contraire traiter le sujet complet en n'oubliant pas de donner des exemples concrets. Mais comment cela doit-il se faire, si les étudiants ne possèdent aucune notion claire sur l'objet de l'application ? Dans l'avenir, au lieu de restreindre les cours mathématiques, il faudra leur donner au contraire de l'extension, c'est-à-dire que, pendant les dernières années d'étude, il faudra rendre obligatoires les cours sur les méthodes modernes d'approximation.

### III. — Scolarité<sup>1</sup>.

On se rend compte, par ce qui précède, de la grandeur de la tâche qui incombe aux mathématiciens dans les universités tech-

<sup>1</sup> Question III. Combien de temps accorde-t-on à l'instruction mathématique des élèves-ingénieurs ? — Existe-t-il des cours et travaux pratiques, bien définis par un programme

niques. L'accomplissement de cette tâche leur est encore rendu plus difficile par le peu de temps dont ils disposent presque partout. Il est impossible d'établir une comparaison exacte entre les différents pays en ce qui concerne le temps consacré aux mathématiques. Le nombre d'heures par semaine qui figurent dans les programmes ne suffit pas pour cela, car on ne peut pas en déduire la somme des heures réservées aux mathématiques dans le courant des années d'études. Mais même la connaissance de cette somme n'apprendrait pas grand'chose, car c'est l'emploi des heures qui est le principal. Si, par exemple, aux Etats-Unis l'enseignement mathématique s'étend sur les cinq premiers semestres, du moins tant qu'il est obligatoire, et si durant le premier semestre la part du lion lui est réservée, cela tient à ce que, étant donné la préparation antérieure inégale des étudiants, on cherche à obtenir tout d'abord des connaissances uniformes en mathématiques élémentaires. Au second semestre seulement on commence la géométrie analytique et au troisième l'analyse supérieure qui s'étend jusqu'au cinquième semestre. Du reste, on a bien l'intention de rendre plus difficiles les conditions d'admission, afin de pouvoir supprimer, ou en tout cas resterindre, l'enseignement des mathématiques élémentaires.

Malgré les données incomplètes, on peut constater qu'il existe d'importantes différences entre les différents pays. C'est en Italie qu'on consacre le plus de temps à l'enseignement mathématique. Ici, pendant les deux premières années, de beaucoup la plus grande partie du temps est à la disposition des mathématiques; puis viennent des études techniques d'une durée de trois ans.

Jusqu'en 1890, les mathématiques jouissaient également, dans la plus grande partie des autres pays, des mêmes avantages qu'actuellement en Italie. Le mouvement impétueux qui, à cette époque, conduisit à une forte réduction des études mathématiques, devait en partie son origine au puissant développement des sciences de l'ingénieur; l'enseignement de ces sciences prenant une plus grande envergure, il a fallu leur créer de la place dans les universités techniques. L'aspect extérieur de ces écoles nous permet déjà d'apprécier combien les temps ont changé. Il y a 25 ans, ce n'était qu'un bâtiment d'études, auquel on adjoignait, le plus souvent sous forme d'agrandissements subséquents, un laboratoire de chimie et un institut de physique. Aujourd'hui, nous sommes en présence d'un ensemble de bâtiments, de destinations très différentes, et par suite de dispositions fort diverses. Nous trouvons un laboratoire électro-chimique et un laboratoire électro-

---

détaillé, dont la fréquentation est obligatoire et contrôlée, on bien l'enseignement a-t-il pour base une liberté universitaire qui, dans certaines limites, laisse aux professeurs le choix des matières et des méthodes, aux élèves le choix des cours et la participation effective à l'enseignement? — Comment traite-t-on les exercices mathématiques?

technique, une série de laboratoires de machines, des instituts pour l'examen des matériaux, en certains endroits des installations pour des expériences de construction hydraulique ou de navigation aérienne, etc.

On fit encore valoir, en faveur d'une réduction des heures destinées aux mathématiques le fait qu'en raison du caractère académique des écoles supérieures techniques, seuls les jeunes gens ayant complètement terminé l'école secondaire y étaient admis comme étudiants. On pouvait donc leur supposer une meilleure préparation et par conséquent économiser du temps dans les cours théoriques.

Si l'on ne peut nier la valeur de ces motifs, il faut cependant reconnaître que le caractère plutôt uniforme des deux premières années d'études, consacrées autrefois essentiellement aux mathématiques et aux sciences physiques, présentait de gros avantages sur l'état actuel des choses. Sans doute on a bien fait d'introduire dès le début les étudiants dans les sciences de l'ingénieur, mais en exigeant déjà pendant les deux premières années l'étude approfondie d'une série de branches très différentes de ces sciences, on a produit une sorte d'éparpillement de l'intérêt qui porte préjudice au rendement de l'enseignement dans toutes les branches, mais avant tout au rendement de l'enseignement des mathématiques pour lequel une certaine concentration de l'esprit est indispensable. Une plus grande diminution du nombre d'heures équivaudrait à expulser les mathématiques et les mathématiciens des universités techniques, et détruirait ainsi ces liens et cette collaboration qui, durant des siècles, se sont montrés de la plus haute utilité pour les deux parties.

Dans le courant de ces dix dernières années, la situation des mathématiques dans les universités techniques s'est améliorée, et cela pour deux raisons. Tout d'abord, la technique moderne s'est peu à peu tellement diversifiée, que les universités techniques ne peuvent plus prétendre à faire de leurs élèves des ingénieurs accomplis, versés dans toutes les branches spéciales, ou, comme on l'a dit, à former des spécialistes universels. L'industrie et ceux qui la dirigent demandent plutôt des ingénieurs possédant une instruction générale solide pouvant être utilisée au point de vue technique. En second lieu, les sciences de l'ingénieur réclament de plus en plus l'aide des mathématiques. Tandis qu'autrefois les méthodes classiques qu'on trouve déjà, dans leurs parties essentielles, dans les traités d'EULER, suffisaient, on y a ajouté actuellement, pour citer quelques exemples, la nomographie de M. d'OCAGNE et les méthodes d'approximation graphiques et numériques de M. RUNGE; on ne peut guère non plus se dispenser d'initier les étudiants à la théorie des vecteurs.

En résumé, l'enseignement mathématique dans les universités

techniques est en train de subir une profonde transformation dont on peut reconnaître les traces dans tous les pays. Même l'Angleterre ne fait pas exception; il suffit de citer le nom de PERRY. S'il est possible de modifier peu à peu l'enseignement et de l'adapter aux exigences de l'époque, cela tient à la liberté académique laissée aux professeurs, même à ceux qui sont liés par des programmes déterminés. Le grand nombre de professeurs presque de tous les pays du monde, présents à notre réunion, nous montre combien ceux-ci s'intéressent à cette question.

On sera obligé, par suite de ces transformations de l'enseignement, d'exiger toujours davantage de la part des étudiants. Ce n'est qu'en travaillant sérieusement qu'ils atteindront le but dans le temps prescrit; la négligence et l'insouciance peuvent compromettre toute leur carrière. C'est pourquoi la question de savoir jusqu'à quel point l'université peut entreprendre la surveillance des étudiants, prend une importance de plus en plus grande. Remarquons que, dans bien des pays, cette liberté que possèdent les étudiants de choisir leurs cours et de les suivre ou de ne pas les suivre, selon leur convenance, n'est pas aussi absolue qu'on pourrait le croire; en réalité elle est fortement limitée par les règlements des examens, spécialement par la mesure que les étudiants sont tenus de présenter les résultats de leurs exercices et ne sont admis aux examens que si ces résultats témoignent d'un travail suffisant.

Ces exercices ont contribué considérablement à développer l'enseignement mathématique; ils jouent actuellement un rôle important dans tous les pays.

Suivant le procédé le plus ancien, les participants sont appelés par le professeur à tour de rôle et sont chargés de résoudre un problème au tableau; en cas de besoin, le professeur intervient pour aider ou corriger l'étudiant. L'avantage que présente cette méthode, c'est que tous les participants peuvent se rendre compte des erreurs commises. Comme désavantages, on pourrait signaler le manque d'habileté des étudiants, la difficulté de se servir au tableau des méthodes graphiques et numériques, et le fait que le reste des étudiants n'assiste que passivement à la résolution du problème.

A côté de ce procédé existe celui des exercices individuels où chaque participant travaille pour soi, sous la direction et l'aide du professeur et de ses préparateurs. Les énoncés des problèmes sont écrits au tableau ou reproduits, dans le cas d'un plus grand nombre d'étudiants, sur des feuilles, de façon que chacun en reçoive un exemplaire; souvent ces feuilles renferment des indications et des formules. Fréquemment, à la fin de la leçon, le professeur ou l'un de ses préparateurs exécute les problèmes, ou une partie de ceux-ci, au tableau, et l'on peut ainsi relever les

erreurs et donner des explications. Spécialement en Angleterre et aux Etats-Unis, on attache une grande importance à ces exercices. Pour qu'ils donnent de bons résultats, le nombre des préparateurs ne doit pas être trop faible ; malheureusement il n'est pas toujours facile d'en trouver un nombre suffisant et souvent aussi on manque des moyens nécessaires à leur rémunération.

Les cours de mathématiques obligatoires qui figurent dans les plans d'études ne durent généralement que quatre semestres ; il existe même des universités techniques où l'instruction mathématique cesse déjà à la fin du deuxième semestre. Il y a en outre des cours facultatifs, mais parce que les étudiants sont déjà surchargés par les cours obligatoires, ils n'ont plus de temps pour les facultatifs. Par conséquent la mesure prise par quelques universités allemandes d'introduire les mathématiques comme branche facultative pour les examens du diplôme, n'aura pas grand effet. Cependant, cette décision, recommandée par des ingénieurs en vue, est un signe heureux de l'importance qu'on attribue aux mathématiques dans la technique. Un questionnaire adressé en 1912 aux milieux industriels par la Société des ingénieurs allemands a montré qu'il existe effectivement, pour une série de domaines, un besoin d'ingénieurs possédant une instruction approfondie dans les mathématiques et la mécanique théorique ; citons parmi ces domaines la construction des turbines à vapeur et à eau, des réservoirs, des vaisseaux, des ponts et des grues, et certaines parties de l'électro-technique. Pour la préparation d'ingénieurs de ce genre, mathématiciens et praticiens devraient agir concurremment, et, s'ils parvenaient ainsi à se connaître et à s'apprécier davantage, il faudrait s'en féliciter.

#### IV. — Matières et méthodes<sup>1</sup>.

Dans ce qui suit, il n'est pas question des cours facultatifs ; les considérations sur les matières, la méthode et l'étendue de l'enseignement mathématique, auxquelles je passe maintenant, ne

<sup>1</sup> Question IV. Jusqu'où pousse-t-on l'enseignement des mathématiques aux élèves-ingénieurs ? (Dans quelles limites, par exemple, traite-t-on des équations différentielles ?) — Jusqu'à quel point pousse-t-on la rigueur dans les définitions et les démonstrations ? — Emploie-t-on des modèles et des appareils pour l'enseignement ? — Les nouvelles méthodes d'approximation sont-elles prises en considération ? — La formation des étudiants est-elle complétée, pour certaines catégories, par exemple pour les électriciens, par des cours spéciaux de Mathématiques supérieures ? — La Géométrie analytique et l'Analyse supérieure sont-elles traitées séparément ou bien réunies en un grand cours unique qui embrasse tout le calcul dans les Mathématiques supérieures ? — Quelles sont la place et l'importance des méthodes graphiques dans l'enseignement mathématique ? — Quel est le développement donné à l'enseignement de la Géométrie descriptive ? — Y a-t-il un cours particulier de Mécanique analytique, ou bien la Mécanique est-elle enseignée aux élèves-ingénieurs sous forme de Mécanique appliquée ? — Quels sont les rapports de l'arpentage et de la Géodésie avec les Mathématiques ?

concernent que les cours obligatoires. De nombreuses questions surgissent ici, mais nous devons nous borner à ne traiter que les plus importantes.

En ce qui concerne tout d'abord l'étendue de l'enseignement, on peut observer qu'elle est bornée supérieurement par le but qu'on se propose d'atteindre, qui est de fournir aux futurs ingénieur les connaissances de mathématiques supérieures qui sont nécessaires à une étude suffisante de la mécanique et des parties fondamentales de la physique. Autrefois on s'occupait aussi dans les cours d'analyse supérieure de diverses questions ressortissant au calcul des probabilités ; en particulier on enseignait la méthode des moindres carrés que les ingénieurs-constructeurs ont quelquefois à appliquer. Toutefois, lorsqu'on eut restreint d'une façon sensible le temps consacré aux mathématiques, ces questions furent presque partout réservées aux cours de topométrie.

Si l'on se place uniquement au point de vue logique, le choix des objets d'étude n'est pas chose facile. On a pu s'en rendre compte à propos du *Syllabus of mathematics* publié par la Société pour l'avancement de l'Education des ingénieurs (*Society of Promotion of Engineering Education*) en Amérique. A la réunion de Pittsburg, en 1911, en effet, une vive discussion s'éleva relativement aux quantités complexes qui ne figuraient pas dans le plan proposé. Ce n'étaient pas les mathématiciens qui réclamaient en leur faveur, mais les ingénieurs-électriciens, ce dont il ne faut pas s'étonner dans la patrie d'un STEINMETZ. Ce sont les ingénieurs qui ont obtenu l'addition au *Syllabus*, d'un chapitre sur les quantités complexes et leurs applications.

On admet en général que la connaissance du calcul différentiel et du calcul intégral élémentaire, c'est-à-dire l'étude de la différentiation et de l'intégration des fonctions élémentaires avec leurs applications les plus simples, ne suffit plus pour les ingénieurs. La Commission allemande pour l'enseignement technique demande dans ses résolutions de décembre 1913, que les étudiants soient en état de traiter par les mathématiques des questions comme le flambement, le support élastique, les plaques tournantes, les vibrations provoquées par des forces extérieures. Mais cela n'est guère possible qu'à la suite d'une solide instruction dans la théorie des équations différentielles. Cependant il ne s'agit pas ici de cette étude scolaire des équations différentielles où l'on s'occupe, comme au XVII<sup>e</sup> siècle, des équations qui se ramènent à des fonctions élémentaires ou à des quadratures. Ce qu'il faut aux futurs ingénieurs, ce sont plutôt les méthodes graphiques et numériques d'intégration des équations différentielles, qui se sont développées pendant le dernier tiers du XIX<sup>e</sup> siècle. Mais le temps viendra où ces méthodes se relieront aux méthodes de la théorie des fonctions qui permettent de déduire les propriétés d'une

fonction de l'équation différentielle qui la définit, et en tirer des représentations qui facilitent l'étude numérique de la fonction alors que l'ancienne méthode du développement de Taylor limité à ses premiers termes échoue. C'est là un domaine dans lequel les mathématiciens pourront rendre de grands services aux ingénieurs, ce qui légitimera une fois de plus le rôle important qu'ils jouent dans les universités techniques. Actuellement on ne s'occupe de ces nouvelles méthodes d'intégration que dans peu d'établissements. Il semble cependant qu'il se prépare un revirement à cet égard ; mais sa réalisation exigera un temps considérable.

On sait qu'en matière d'enseignement les innovations ne s'implantent pas du jour au lendemain ; ainsi l'usage des modèles et des appareils n'est encore que fort peu répandu. Cependant dans plusieurs écoles on est encore plus avancé. Non seulement on y utilise l'appareil de projection, mais même la cinématographe entre en scène. Dans tous les cas, les appareils modernes de démonstration ne doivent être introduits dans l'enseignement qu'après un soigneux examen de leur valeur didactique.

Nous ne pouvons passer sous silence la question de la rigueur dans l'enseignement mathématique des universités techniques. Il ne faut pas oublier que le mathématicien y a affaire à des jeunes gens qu'il faut d'abord initier à la pensée mathématique, dont les intérêts semblent avoir au début une direction tout autre, chez lesquels les procédés déductifs ne sont généralement que peu développés, mais qui possèdent souvent des facultés intuitives bien formées. Dans les discussions relatives à ce point qui eurent lieu en 1897 et 1898 aux réunions de l'Association des mathématiciens allemands à Brunswick et à Düsseldorf, un des principaux orateurs, M. Félix KLEIN, a résumé son opinion en disant qu'il est avant tout important d'intéresser les étudiants des universités techniques aux problèmes de mathématiques et de leur expliquer le sens et le but des opérations mathématiques ; qu'il ne fallait pas par contre chercher à approfondir dès le début certaines questions de principe dont les étudiants ne pourront comprendre la portée et envisager les applications qu'après de longues réflexions personnelles.

Sans doute l'enseignement mathématique dans les universités techniques se fait actuellement presque partout conformément à ces idées. Il faut bien observer, de plus, que la rigueur ne doit pas être confondue avec l'axiomatique. Une déduction est rigoureuse lorsque les hypothèses, sous lesquelles elle s'opère, sont établies exactement ; par contre, l'analyse des hypothèses et leur réduction au plus petit nombre d'axiomes possible est une question d'une nature toute différente. Les élèves-ingénieurs devraient être conduits à une conception intuitive des notions mathématiques, dans la mesure où l'état de leurs connaissances et de leur

expérience le leur permet; le fait que ces notions peuvent et doivent être soumises à un examen plus approfondi ne devrait être mentionné, au besoin, que lorsqu'elles seront devenues familières à l'étudiant, et lorsque celui-ci aura acquis une sûreté suffisante dans leur maniement. Autrement, il pourrait se produire des faits analogues à celui que citait M. WOODWARD à la réunion de la Société pour l'avancement de l'Education des ingénieurs Chicago, en 1907, savoir qu'un mathématicien, à force d'explications détaillées sur les doutes qui peuvent naître de l'emploi des séries infinies dans les calculs, en était arrivé à ce que ses élèves n'osaient plus se servir des formules d'approximation les plus simples.

Une question qui a été fort discutée aux Etats-Unis durant ces dernières années, c'est celle de l'unification de l'enseignement mathématique. On entend par cela la réunion des cours de trigonométrie, de géométrie analytique et d'analyse supérieure en un seul cours de mathématiques générales. Une fusion de ce genre a été entreprise pour la première fois, semble-t-il, dans les années 1875 à 1880, à l'Université technique de Munich, sous la direction de MM. les professeurs Brill et Klein. Les expériences faites ont été favorables, et peu à peu on a procédé de même dans presque toutes les universités techniques allemandes. En Amérique, cette unification a été introduite en premier lieu dans la plus grande des universités techniques du pays, l'Institut technologique de Boston.

La géométrie descriptive, qui est généralement enseignée par des ingénieurs et dans les sections pour ingénieurs, est restée une branche indépendante. En Allemagne, en Suisse et en Autriche, on l'enseigne en la rattachant à la géométrie de position; cet enseignement est donné par des mathématiciens. Il convient d'observer que les relations entre la partie purement théorique et les applications techniques ont été rendues de plus en plus étroites. C'est la méthode de Monge qui est toujours le plus en vigueur; en bien des endroits, cependant, on constate la tendance de comprendre sous le terme de géométrie descriptive l'ensemble des méthodes qui, par le moyen du dessin, servent à établir les propriétés et les relations des figures de l'espace.

Pour l'enseignement de la mécanique, qui touche de si près aux sciences techniques, les mathématiciens, autrefois nombreux, ont dû peu à peu, presque partout céder le pas aux ingénieurs. Il faut chercher la raison de ce changement dans le désir des sections techniques de réunir tous les problèmes des diverses branches techniques présentant une nature essentiellement mécanique et de les exposer d'une manière uniforme. En outre, il faut tenir compte du fait qu'en mécanique on estime souvent nécessaire d'effectuer, à l'égard des exemples, une séparation entre l'ensei-

gnement des ingénieurs-constructeurs et celui des ingénieurs-mécaniciens. Ces transformations qui s'opèrent partout ou sont en voie de s'opérer, ont des inconvénients. Selon le rapport américain actuellement la mécanique se présente en Amérique soit comme branche de la physique générale, soit comme mécanique appliquée, et, sous cette dernière forme, elle est généralement enseignée par des ingénieurs. Cependant, dit-on, l'importance de la mécanique, et la place fondamentale qu'elle occupe conduisent à désirer qu'elle soit envisagée sous ses trois aspects, physique, technique et mathématique. L'avantage qu'on en retirerait suffirait à justifier la plus grande dépense de temps qui en résulterait. C'est pourquoi les cours mathématiques devraient être suivis d'un cours spécial sur la mécanique rationnelle.

## V. — Livres<sup>1</sup>.

A côté des cours et des exercices, les étudiants ont des livres à leur disposition. Ceux-ci peuvent faciliter l'enseignement, mais non pas le remplacer; il ne faut pas désirer davantage qu'un « textbook » dirige l'enseignement.

Les manuels qui proviennent de l'enseignement même ont une valeur toute spéciale. La France, en premier lieu, nous a fourni un grand nombre d'excellents ouvrages de ce genre; de jeunes mathématiciens rédigent les cours, sous la surveillance du professeur, et des reproductions sont mises à la disposition des étudiants. Cette coutume, qui a donné de bons résultats, s'est répandue dans d'autres pays, particulièrement en Italie et en Russie.

Les traités français reproduisant avec quelques développements les cours de l'Ecole polytechnique présentent manifestement le caractère d'un enseignement ayant en vue une instruction mathématique générale; les étudiants en mathématiques et les techniciens les utilisent avec un égal profit. Quelques-uns d'entre eux sont plus que de simples traités, ils ont eu une action décisive sur le progrès des sciences mathématiques; il suffit de rappeler à cet égard les ouvrages de CAUCHY, de HERMITE et de M. Camille JORDAN.

Si l'enseignement mathématique pour mathématiciens et celui pour techniciens se sont peu à peu différenciés, les traités dont on fait usage, sont cependant restés longtemps les mêmes. Dans le rapport sur les traités d'analyse supérieure présenté par M. BOHLMANN en 1899 à l'Association des mathématiciens allemands,

<sup>1</sup> Question V. — Quels sont les ouvrages d'enseignement en usage parmi les étudiants ? Caractériser les ouvrages suivant les points de vue indiqués à la question II).

on trouve, après la discussion des ouvrages mathématiques dans le sens propre un paragraphe sur les cours de portée philosophique et un autre sur ceux de portée physique, mais l'auteur ne parle pas des ouvrages de portée technique. En effet, à ce moment-là on n'avait que très peu de ces cours. Depuis l'année 1900, il en a été autrement; du moins il a paru une série de traités écrits par des ingénieurs et destinés aux ingénieurs; mais il semble que les livres dont se servent les étudiants soient écrits presque tous par des mathématiciens.

En plus, nous voudrions mentionner un livre qui n'a pas la prétention d'être un manuel, mais qui rend de grands services à l'enseignement mathématique des universités techniques, et cela aux professeurs aussi bien qu'aux étudiants. C'est le *Syllabus of Mathematics* déjà mentionné, paru en 1911, composé, à la demande de la Société pour l'avancement de l'Education des ingénieurs, par un comité de professeurs universitaires de mathématiques et de sciences de l'ingénieur et d'ingénieurs pratiques. Le Syllabus cherche à donner un aperçu des matières d'instruction mathématique indispensables à l'ingénieur scientifique; il ne se préoccupe pas de façon dont ces matières doivent être enseignées; à cet égard, le professeur est laissé libre d'agir selon son jugement personnel. Une deuxième édition qui sera considérablement améliorée, est en préparation. En outre paraîtront deux volumes complémentaires qui contiendront les méthodes du calcul numérique et la mécanique élémentaire.

Cet exemple de collaboration des mathématiciens et des ingénieurs mériterait d'être imité partout ailleurs. C'est le meilleur moyen permettant de résoudre les grands problèmes de l'enseignement technique supérieur.

## VI. — Corps enseignant<sup>1</sup>.

Un des plus importants parmi ces problèmes est celui de la préparation d'une nouvelle génération de professeurs aptes à enseigner les mathématiques dans le sens moderne. Une demande réitérée des ingénieurs, formulée encore en 1913 par la Société des ingénieurs autrichiens, est que l'enseignement mathématique dans les universités techniques soit confié exclusivement à des ingénieurs, alors qu'il se trouve actuellement, à quelques rares exceptions près, entre les mains de mathématiciens. Pour

<sup>1</sup> Question VI. Les maîtres qui enseignent les Mathématiques sont-ils mathématiciens de carrière? — Sont-ce des mathématiciens purs ou des mathématiciens ayant des connaissances dans une ou plusieurs branches de la Science appliquée? — Sont-ce des ingénieurs autodidactes qui, ne possédant que les connaissances mathématiques qu'ils ont reçues comme étudiants, ont complété eux-mêmes leur instruction?

plus d'une raison, il est à présumer qu'il en sera ainsi longtemps encore. Les jeunes gens qui embrassent les sciences techniques, ont généralement un goût d'une carrière pratique et sont peu aptes à l'enseignement. Ceux du reste qui se destinent à la carrière peu lucrative de professeurs universitaires trouvent leur emploi dans les différentes sections techniques. En outre, les connaissances acquises par un ingénieur dans le cours normal de ses études ne suffisent pas pour le rendre capable d'un enseignement mathématique utile. Dans les mathématiques comme partout le maître doit dominer son sujet; aussi est-il nécessaire qu'il possède une instruction mathématique toute spéciale. Enfin, il faut remarquer que les universités techniques ne pourront profiter des progrès des sciences mathématiques que si ses maîtres sont en contact personnel avec les chercheurs, ou encore mieux s'ils sont eux-mêmes des chercheurs.

Certainement, pour pouvoir enseigner les mathématiques à des ingénieurs, il ne suffit pas d'être mathématicien. Abstraction faite des qualités qu'il faut exiger de n'importe quel maître, et parmi lesquelles figurent en premier lieu un certain enthousiasme pour la science et le talent de faire naître cet enthousiasme chez les élèves, le maître idéal de mathématiques dans les universités techniques doit non seulement être mathématicien par ses dons naturels et une instruction soignée, mais s'intéresser à la manière de voir des ingénieurs et comprendre ce dont ils ont besoin en fait de mathématiques. Pour cela, il est nécessaire qu'il se soit occupé des mathématiques appliquées et qu'il possède une certaine expérience dans ce domaine. Des recherches dans les mathématiques pures seront les bienvenues, mais elles ne sont pas absolument nécessaires; à défaut de ces recherches, il faut exiger une activité scientifique dans le domaine des applications.

L'essentiel pour le maître c'est d'acquérir les qualités qui viennent d'être citées et qui le rendront apte à son enseignement; la façon particulière, par laquelle il les aura acquises est moins importante. Disons toutefois que la formation d'un professeur de mathématiques dans une université technique a généralement pour point de départ les études universitaires de mathématiques pures et appliquées qui conduisent au doctorat. Il sera avantageux pour lui de passer quelque temps dans une université technique ou dans une université proprement dite lui fournissant l'occasion d'une pratique plus approfondie des différentes branches des mathématiques appliquées. Avant d'entrer dans la carrière académique, il pourrait faire un stage dans l'enseignement secondaire, car on y apprend mieux l'art d'enseigner que dans une université; d'ailleurs, un professeur à l'université devrait connaître par sa propre expérience les établissements d'où proviennent ses élèves. En même temps ou immédiatement après, le futur

professeur devrait occuper une place de préparateur de mathématiques ou peut-être être associé à l'enseignement d'un des cours facultatifs supérieurs suivis par des étudiants désirant approfondir leur instruction au point de vue mathématique ou mécanique.

### Conclusion.

Pendant le dernier siècle, le développement des mathématiques s'est effectué dans deux directions en apparence opposées. Notre science a été arithmétisée, c'est-à-dire débarrassée de ses parties empiriques et ramenée à ses bases logiques. Mais, à côté de cela, le domaine des applications a pris une extension énorme ; conformément à la devise de l'Université technique d'Aix-la-Chapelle : *Mens agitat molem*, les mathématiques méritent d'être considérées comme l'un des plus puissants moyens de l'esprit humain qui dominent l'inertie de la matière. Cette séparation, cependant, ne doit pas par trop s'accentuer. Livrée à elle-même, la théorie pure court le risque de dégénérer en une scolastique stérile, mais d'autre part la déesse de la science refuse sa faveur à celui qui ne regarde qu'à l'utilité. Sachons donc considérer l'ensemble des mathématiques comme une science uniforme, indivisible, dont les progrès reposent sur les relations vivantes de ses différentes parties et sur leur action réciproque. Cette pénétration mutuelle des mathématiques pures et appliquées était le sujet de la brillante conférence donnée en 1910 à la réunion de Bruxelles par notre regretté collègue BOURLET. Il a atteint le but élevé qu'il caractérisait alors par ces belles paroles : « Sans rien sacrifier des qualités de rigueur, de logique et de précision qui sont l'apanage des mathématiques, nous saurons y discerner l'essentiel, y mettre en évidence les moyens les plus propres à préparer les élèves à la compréhension des sciences expérimentales. La limite entre les mathématiques pures et les mathématiques appliquées n'existe pas, car ces deux sciences, loin d'être séparées, doivent sans cesse s'entr'aider et se compléter. Cette pénétration est le gage d'un progrès certain ».

Lorsque l'enseignement des mathématiques dans les universités techniques se fera dans cet esprit, nous pourrons regarder avec confiance dans l'avenir. C'est alors que se réalisera sans doute ce que M. TYLER disait dans le rapport américain. « On peut fonder de hautes espérances sur le développement futur d'une science qui a fait preuve de sa vitalité en face des préten-  
tions des astronomes, des physiciens et des ingénieurs. Les mathématiciens dans les universités techniques feront bien cepen-  
dant de ne pas exagérer l'importance du rôle que pourront dans cet ordre d'idées jouer les mathématiques. S'ils apportent leur

part de contributions au progrès des mathématiques, s'ils savent utiliser avec économie et d'une manière efficace le temps restreint dont ils disposent, pour doter les étudiants de la technique d'une base solide de connaissances mathématiques et les rendre capables de s'en servir, s'ils cherchent d'une façon intelligente à reconnaître et à satisfaire les exigences mathématiques des diverses branches techniques, s'ils ont en vue l'utilité commune et n'insistent pas trop sur les finesse de leur science, ils sauront maintenir la dignité et l'intégrité des mathématiques ».

**Annexe : Liste des documents fournis par les délégués.**

Le travail de M. Staeckel était basé sur les documents fournis par les délégués et comprenant :

- a) Les rapports publiés antérieurement par les sous-commissions nationales ;
- b) Les réponses rédigées par les délégués en réponse au questionnaire élaboré par le Comité central.

*Allemagne.* — a) Abhandlungen über den mathematischen Unterricht in Deutschland, veranlasst durch die Internationale Mathematische Unterrichts-Kommission. Band IV : Die Mathematik an den technischen Schulen, Heft 9, P. STAECHEL, Die mathematische Ausbildung der Architekten, Chemiker, und Ingenieure an den deutschen Technischen Hochschulen. Unter der Presse.

Abhandlungen und Berichte über technisches Schulwesen, veranlasst und herausgegeben vom Deutschen Ausschuss für technisches Schulwesen. Bd. IV : Berichte aus dem Gebiet des technischen Hochschulwesens, Leipzig 1912, p. 12-34. P. STAECHEL, Die mathematisch-naturwissenschaftliche Ausbildung der Ingenieure.

b) Réponses au questionnaire par toutes les Universités techniques allemandes.

*Australie.* — Réponses de M. CARSLAW, Sidney.

*Autriche.* — a) Berichte über den mathematischen Unterricht in Oesterreich, veranlasst durch die Internationale Mathematische Unterrichts-Kommission, Heft 5, E. CZUBER, Der mathematische Unterricht an den technischen Hochschulen, Wien 1910.

b) Renseignements complémentaires par M. E. CZUBER, Vienne.

*Belgique.* — a) Le tome II des Rapports sur l'enseignement mathématique en Belgique contiendra un rapport de M. NEUBERG, L'enseignement des mathématiques dans les Universités et Ecoles techniques supérieures.

b) Réponses de M. NEUBERG, Liège.

*Danemark.* — a) Internationale Mathematische Unterrichts-Kommission. Der Mathematikunterricht in Dänemark, Bericht erstattet von Paul HEEGAARD, Kopenhagen 1912, Kapitel IX : Die Universität und die technische Hochschule, p. 85-87, 94-97.

b) Réponses de M. HEEGAARD, Copenhague.

*Espagne.* — a) L'enseignement des mathématiques en Espagne, tome I, Madrid 1912, GAZTELU ; Les mathématiques à l'école des ingénieurs des

ponts et chaussées ; TORNER, Les mathématiques à l'Ecole d'ingénieurs des eaux et forêts ; MATAIX et TERAN, L'enseignement des mathématiques à l'Ecole centrale des ingénieurs industriels, p. 75-124.

*b)* Réponses de M. GAZTELU, Madrid.

*Etats-Unis.* — *a)* International Commission on the teaching of mathematics, the american report. Committee IX, Mathematics in the technological schools of collegiate grade in the united states. Washington 1911.

*b)* Réponses au questionnaire par M. D. E. SMITH, New-York ; renseignement par TYLER, Boston.

*France.* — *a)* Commission internationale de l'enseignement mathématique, Sous-commission française, Rapports, volume III, Paris, 1911, VOGT, Sur l'enseignement mathématique dans les instituts techniques des Facultés des sciences, p. 53-64 ; HUMBERT, Sur l'enseignement mathématique à l'Ecole polytechnique, p. 85-96. Volume IV, Paris, 1911 : BOURLET, Rapport sur l'enseignement des Mathématiques au Conservatoire National des Arts et Métiers, p. 173-182 ; APPELL, Rapport sur l'enseignement mathématique à l'Ecole centrale des Arts et Manufactures, p. 183-208.

*b)* Réponses au questionnaire pour l'Ecole polytechnique, par M. d'OAGNE, Paris.

*Hollande.* — *a)* Commission internationale de l'enseignement mathématique, Rapport sur l'enseignement mathématique dans les Pays-Bas publié par la Sous-commission nationale sous la direction de M. CARDINAAL, Delft, 1911, Académie technique, p. 83-99.

*b)* Réponses de M. CARDINAAL, Delft.

*Hongrie.* — *a)* Internationale Mathematische Unterrichts-Kommission, Ungarische Subkommission. RÁDOS, Der heutige Stand des mathematischen Unterrichts am königlich ungarischen Josefs-Polytechnikum (Technische Hochschule zu Budapest), Budapest, 1911.

*b)* Réponses par M. KÜRSCHÁK, Budapest.

*Iles Britanniques.* — *a)* The teaching of mathematics in the united kingdom, being a series of papers prepared for the international commission on the theaching of mathematics. № 21. HOPKINSON, The relation of mathematics to engineering at Cambridge, № 26. ABBOTT, The preliminary mathematical training of technical students. London, 1912.

*b)* Le rapporteur n'a reçu aucune réponse au questionnaire.

*Italie.* — *a)* Commissione internazionale dell'insegnamento matematico, Atti della sottocommissione italiana. SCORZA, L'insegnamento della matematica nelle scuole e negli istituti tecnici. Roma, 1911 ; voir aussi *Bullettino della Mat.* Anno III, 1911.

*b)* Réponses au questionnaire par M. LEVI-CIVITA, Padoue.

*Japon.* — *a)* Report on teaching mathematics in Japan, Tokio, 1912. SHIBATA and YOKOTA. The teaching of mathematics in the faculty of technology of the Tokio Imperial University, 7 pages ; OTASHIRO, The teaching of mathematics in technical schools and colleges, 43 pages.

*Norvège.* — *a)* Le rapport sur l'enseignement mathématique en Norvège n'est pas encore paru.

*b)* Réponses au questionnaire par MM. ALFSEN et BIRKELAND, Christiania.

*Portugal.* — *a)* Le rapport sur l'enseignement mathématique en Portugal n'est pas encore paru.

*b)* Réponses au questionnaire par M. TEIXERA, Porto.

*Roumanie.* — *a)* Le rapport est en préparation.

*b) Pas de réponses.*

*Russie.* — *a) Commission internationale de l'enseignement mathématique. Sous-commission russe. Possé, Rapport sur l'enseignement mathématique dans les universités, les écoles techniques supérieures et quelques-unes des écoles militaires, St-Pétersbourg, 1910.*

*b) Réponses au questionnaire par M. Possé, St-Pétersbourg.*

*Serbie.* — *Réponses au questionnaire par M. GAVRILOVITCH, Belgrade.*

*Suède.* — *a) Berichte und Mitteilungen, veranlasst durch die schwedische Abteilung der Internationalen Mathematischen Unterrichts-Kommission, H. v. KOCH, Die Mathematik an der Technischen Hochschule in Stockholm, Stockholm, 1910.*

*b) Pas de réponses.*

*Suisse.* — *a) Internationale mathematische Unterrichts-Kommission. Schweizerische Subkommission. Berichte N. 7, GROSSMANN, Der mathematische Unterricht an der Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zürich, Basel und Genf, 1911.*

*b) Réponses au questionnaire par M. GROSSMANN, Zurich, et M. LACOMBE, Lausanne.*

## II

### DISCUSSION

*Sur la préparation mathématique des ingénieurs.*

#### 1. — Indications complémentaires fournies par les délégués.

**Allemagne.** — M. W. von DYCK (Munich) : Les différentes écoles préparatoires (ou plus généralement les différents états des connaissances préparatoires acquises avant l'entrée à l'école) ne peuvent pas dispenser l'Université technique de faire un cours général de Calcul différentiel et intégral et de Géométrie analytique. Les écoles moyennes ont la possibilité d'obliger les écoliers de résoudre des devoirs spéciaux, de faire des exemples numériques, et cela est nécessaire pour que les élèves acquièrent une certaine *pratique du calcul*. Mais donner les grandes lignes du calcul infinitésimal devrait être réservé à l'enseignement de l'Université. En outre, je pose une question que l'on pourrait traiter dans la discussion de l'après-midi : « quelle est la durée des études techniques supérieures après l'enseignement secondaire, et combien de temps consacre-t-on spécialement aux études théoriques ? » En Allemagne la durée des études à l'Ecole technique supérieure est en général de quatre ans, dont deux pour les études théoriques. C'est la stricte volonté des ingénieurs pratiques que le temps de quatre ans ne soit pas dépassé pour les études régulières.

L'enseignement secondaire doit se borner à des questions spé-

ciales, à des exemples de calcul différentiel et aux éléments de la géométrie analytique (constructions et équations de courbes, sections coniques).

La vue générale sur l'esprit du calcul infinitésimal et sur les applications géométriques doit être réservée à l'Université, où les étudiants ont une maturité suffisante.

**France.** — M. d'OAGNE: En raison du caractère très particulier, souligné dans le rapport de M. Stäckel, de l'Ecole Polytechnique de Paris, il y a lieu de signaler le point que voici: l'Ecole Polytechnique ne doit pas être envisagée indépendamment des écoles d'application qui y recrutent leurs élèves (Mines, Ponts et Chaussées, Génie maritime, Télégraphes, etc...). Leur ensemble constitue, de fait, ce qui, dans le rapport de M. Stäckel, est désigné sous le nom d'Université technique. Des circonstances historiques, des nécessités administratives particulières à la France, ont conduit à faire des diverses parties de ce tout des établissements distincts, en réalité, il existe, entre l'Ecole Polytechnique (division théorique commune) et les écoles d'application (divisions techniques diverses) une étroite corrélation que sanctionne la présence, dans le conseil de perfectionnement de l'Ecole Polytechnique, de représentants qualifiés de ces diverses branches techniques.

Il ne faudrait d'ailleurs pas croire que l'Ecole Polytechnique se borne à fournir des fonctionnaires à l'Etat. Un bon tiers, au moins, de ces élèves, soit après un certain nombre d'années passées au service de l'Etat, soit immédiatement après avoir satisfait à leurs obligations militaires, se dirigent vers des carrières libérales d'ingénieurs, cette circonstance est de nature à rendre plus exacte l'analogie indiquée de l'Ecole Polytechnique et de ses Ecoles d'application avec une Université technique.

**Îles Britanniques.** — M. A. R. FORSYTH, Professeur à l'Imperial College of Science and Technology, à Londres: In offering some observations supplementary to the interesting report to which we have listened with much intellectual profit, I must appeal to the Congress for their indulgence when I speak in my own language. My remarks will be concerned with the academic training of engineers in so far as they are trained in mathematics and cognate subjects (such as graphics and practical geometry) in the various institutions of the United Kingdom; and I do so the more readily because the report deals very slightly with the matter, so far as these institutions are concerned.

Without attempting to enumerate all of them, I would refer first to some of the Universities. There are special faculties or schools of Engineering in Cambridge, Oxford, Manchester, Liverpool, Leeds and Sheffield; also at Glasgow, Edinburgh; and at Dublin.

The courses are designed, in varying ways, for various classes of students ; but, in all the courses, mathematics play an important part. Again, the amount of time devoted to mathematics is not the same throughout ; nor is the distribution of the allowed time the same. But, in all of them, mathematics is an essential part of the training, which aims at giving a theoretical training, and some acquaintance with matters of practice, rather than at producing young engineers.

But in addition to these University course, there are Colleges and schools of a technical character. Of one of these, the Imperial College of Science and Technology in London, I wish to speak in particular, as being concerned with the teaching and the organisation of mathematics in the widest sense of the word in that College. There are several constituent bodies in the College as will be seen from the Calendar, a copy of which I have the honour to offer to the President for the use of the Commission. And we have many classes of students (I am not thinking of branches of science in general). There are groups of students for Mining Engineering, for Mechanical Engineering, for Civil Engineering, for Electrical Engineering, for the engineering necessary in connection with the technology of the Oil industries. In all of the courses, though not to the same extent, mathematics is a necessary part of the training. For some, the knowledge only proceeds as far as a reasonable working knowledge of the differential and integral calculus, so far as concerns pure mathematics ; for others, a sound working knowledge of the useful processes of the differential equations, which occur in mechanics, is required, together with other subject of the same range. We have one class of students, specially interested in mathematics and not solely in engineering ; they consist of young men, who have had some scientific training, then have passed a few years in practical works, and then come to us for two or three years under special encouragement in order to pursue their studies in applied mathematics, in some work connected with the theories in technical mechanics, and not a few of them in selected branches of pure mathematics. In regard to such students, the avowed significance of mathematics in the whole course of their training is obvious.

As regards the ideals prevalent in British institutions which train engineers, there has been divergence in the past as regards the amount of mathematics which should be included in the training of engineers. The mathematicians demanded more than the event ultimately allowed ; the engineers refused to give as much as present tendencies now concede and even compel. I do not wish to dwell upon this divergence which has largely disappeared under the pressure of experience ; I would rather refer to the decision of the Institution of Civil Engineers in England, whose

decision requires that, in order to qualify for Membership, it will be necessary to undergo a combination of practical work and theoretical training, in the latter of which there occurs a sufficient amount of mathematics in those branches bearing upon practical issues. In regard to the whole of this part of the subject, I would refer to the extremely interesting paper read by the late Sir W. H. White at the international congress of mathematicians held in Cambridge in 1912; the paper is printed in the Proceedings of that congress.

In so far as my own observation and knowledge extend, I am of the opinion that the oscillating divergence, between the opinions of mathematicians and engineers as regards the amount of mathematics to be included in the best training of engineers, is disappearing to some considerable extent. The mathematicians can pursue their researches and can obtain their results, and time will test and sift the value of their results; but engineers cannot, generally, be expected to devote supreme attention to results that seem removed from the range of their practical aims. On the other hand engineers, in their practical aims, seek for immediate results to meet the urgent needs of mankind; and their results, also, are tested and sifted by time, more swiftly even than those of the mathematicians. They are faced by new demands which arise in extended solutions of older questions; an instance is to be found in the ever-changing problems of naval architecture. There, engineers find new conditions requiring the help of mathematics; the mathematicians need all their knowledge even to attempt the solution of the problems propounded. But, as regards the ordinary training of students in engineering, these considerations do not arise directly, they only shew the necessity for the assistance of mathematics in even the most advanced stages of engineering while, of course, the mathematical results must be controlled in their application by experiment and experience. The foundations, at least sufficiently broad for immediate needs, must be laid in the earliest stages of training.

Just one remark in conclusion. For the most part, the mathematical teaching of engineering students in the best courses in England is given by mathematicians; but it must not be supposed (as is almost implied by the report) that the character of that teaching has been much affected by Professor Perry, stimulating as was his teaching for many sections of students. This teaching was directed to a special method of teaching mechanics, a method which often substituted graphical and arithmetical processes for processes of a more directly mathematical character. The changes in English mathematical teaching are wide spread, in the Universities more particularly; and an inspection, even of only the text-books that have been produced and are being produced, will shew

the profound transformation that has taken place in the spirit of mathematical teaching in the principal centres of England.

**Italie.** — M. PADOA ajoute qu'à Gênes il y a aussi une Ecole navale supérieure, qui est une Université technique autonome pour la création des ingénieurs constructeurs navals.

Les deux premières des cinq années du cours sont consacrées aux Mathématiques, dont l'enseignement est confié à des mathématiciens.

**Roumanie.** — M. J. RALLET, professeur à l'Université de Jassy : En Roumanie il existe une école d'ingénieurs, l'Ecole des Ponts, à Bucarest ; elle est organisée un peu sur le type de l'Ecole Centrale des Arts et Manufactures de Paris avec cette différence que le concours d'entrée se passe sur les matières du lycée. A la suite de ce concours, les élèves sont admis dans une année préparatoire qui correspond aux mathématiques spéciales de France, puis ils commencent les études d'ingénieur comprenant une année théorique et deux années d'études techniques proprement dites. Pour l'année préparatoire et l'année théorique ce sont des mathématiciens, généralement professeurs à l'Université, qui font les cours.

Nous avons en outre encore une autre école d'ingénieurs, l'Ecole d'application d'Artillerie et de Génie dont les élèves sont recrutés parmi les élèves du Lycée militaire de Jassy.

En plus, on tend à créer des instituts techniques rattachés aux Universités, comme par exemple, l'institut électrotechnique de la Faculté des Sciences de Jassy et d'Agronomie de la même faculté.

Quoique encore à l'état embryonnaire, ces deux instituts commencent néanmoins à donner des résultats assez satisfaisants.

**Serbie.** — M. B. GAVRILOVITCH, professeur à l'Université de Belgrade : Après l'excellent exposé de M. Stäckel, je n'ai pour le moment rien à ajouter au rapport que j'ai eu l'honneur de lui transmettre sur l'enseignement mathématique, de l'organisation et des cours professés à la Faculté technique de l'Université de Belgrade. Pourtant, permettez-moi de vous dire que la question de l'introduction du Calcul différentiel et intégral dans l'enseignement secondaire a été accueilli chez nous, en Serbie, avec un enthousiasme bien déclaré. Chez les nations qui ont à peine dans leur développement, passé les premiers seuils de la civilisation, il n'y a pas de tradition et une idée en général et surtout une idée nouvelle, devient très facilement l'idéal même d'une génération. Par conséquent, dans ces circonstances la réalisation de cet idéal n'est pas empêchée ou retardée par des questions de tradition. Au point de vue théorique nous sommes d'accord, en Serbie, que l'introduction du Calcul différentiel et intégral dans l'enseignement secondaire est une question d'une importance très profonde.

Mais y a une question pratique que j'oserais peut-être poser ici. Chez nous, l'enseignement secondaire est organisé à peu près comme en Allemagne ou en Autriche. Nous n'avons pas de classes de Mathématiques spéciales; nous avons des gymnases proprement dits, des gymnases réaux et des écoles réales (Ober-Realschule). Je voudrais bien savoir si le Calcul différentiel et intégral devrait être introduit dans tous les types des écoles mentionnées ou peut-être seulement dans quelques-uns de ces types, disons, dans les gymnases réaux et les écoles réales.

Cette question a été posée hier sous une autre forme par M. Possé; il serait désirable de la voir discutée par le congrès<sup>1</sup>.

## 2. — Discussion générale.

Au début de la séance du vendredi après-midi, M. FEHR, secrétaire-général, rappelle qu'un Congrès international de l'enseignement technique a eu lieu à Bruxelles en septembre 1910, et que plusieurs membres de la Commission y ont pris part. Il signale le rapport rédigé à cette occasion par M. le Prof. W. von DYCK sur « l'enseignement des sciences mathématiques, naturelles et techniques dans les Ecoles supérieures » (67 p. in-8°).

Afin de faciliter la discussion, M. le prof. P. STAECHEL a résumé comme suit son rapport sur la préparation mathématique des ingénieurs :

### RÉSUMÉ DU RAPPORT GÉNÉRAL DE M. STAECHEL,

*Sur la préparation mathématique des ingénieurs.*

1. — **Généralités.** — *a)* Relativement à la préparation des ingénieurs il y a deux systèmes. La plupart des pays ont adopté le système des Universités techniques; dans les autres pays ce sont les Universités proprement dites qui se chargent de l'enseignement théorique des ingénieurs; l'enseignement technique se fait soit dans les sections techniques des Universités, soit dans les Ecoles d'application. Dans quelques pays il y a mélange des deux systèmes.

*b)* On exige, pour l'entrée dans l'enseignement technique supérieur, la préparation par une école secondaire ou une préparation

<sup>1</sup> Faute de temps, cette question n'a pas pu être reprise. Mais on peut affirmer que tous ceux qui sont favorables au mouvement de réforme sont généralement d'accord pour demander, qu'en raison de leur importance fondamentale, les premières notions de fonctions, de dérivées et de fonctions primitives soient enseignées dans toutes les sections de l'enseignement secondaire supérieur. (Voir le rapport de M. Beke.)

équivalente. Il y a des ingénieurs qui veulent renvoyer l'enseignement des mathématiques et des sciences physiques entièrement aux écoles secondaires, tandis que les mathématiciens et la plupart des ingénieurs sont convaincus que l'étude systématique du calcul infinitésimal doit être réservée à l'Université.

c) En France on donne un enseignement étendu des mathématiques supérieures dans les classes de mathématiques spéciales.

II. — **Nature de l'enseignement.** — a) Les professeurs de mathématiques et la plupart des ingénieurs sont d'avis que l'enseignement des mathématiques doit avoir pour but un développement général méthodique.

b) On ne saurait recommander d'établir une séparation de cet enseignement suivant les différentes branches des ingénieurs.

c) On doit tenir compte, dans l'enseignement mathématique des ingénieurs, de la carrière à laquelle les jeunes gens se destinent, et lui donner dès le début une teinte technique. Mais ce n'est pas la tâche des mathématiciens d'enseigner prématûrément la science de l'ingénieur.

III. — **Scolarité.** — a) Il faut convenir que le puissant développement de la technique a rendu nécessaire une réduction des heures consacrées aux études mathématiques. Il y a une certaine compensation dans la meilleure préparation des étudiants qui permet d'économiser du temps en élevant dès le début le niveau de l'enseignement.

b) D'un autre côté, les sciences de l'ingénieur réclament de plus en plus l'aide des méthodes modernes des mathématiques supérieures.

c) On peut espérer que les professeurs de mathématiques réussiront à adapter l'enseignement aux exigences de l'époque si on leur laisse une certaine liberté.

d) Il faut attacher une grande importance aux exercices mathématiques, surtout aux exercices individuels.

IV. — **Matière et méthode.** — a) L'étendue de l'enseignement mathématique est bornée supérieurement par le but de fournir, aux futurs ingénieurs les connaissances de mathématiques supérieures nécessaires à une étude suffisante de la mécanique et des parties fondamentales de la physique.

b) La connaissance du calcul différentiel et du calcul intégral élémentaire ne suffit plus pour les ingénieurs. Il leur faut en outre les méthodes graphiques et numériques d'intégration des équations différentielles qui se sont développées dans le dernier tiers du XIX<sup>e</sup> siècle.

c) Question de rigueur. Il ne faut pas chercher à approfondir, dès le début de l'analyse supérieure, les questions de principe dont les jeunes étudiants ne peuvent comprendre la portée. Il faut

bien établir exactement les hypothèses sous lesquelles les déductions s'opèrent, mais il ne faut pas enseigner l'axiomatique.

*d)* L'unification. La réunion des cours de géométrie analytique et d'analyse supérieure en un seul cours de mathématiques générales a eu de bons résultats.

*Nous donnerons ci-après un compte rendu aussi fidèle que possible, mais forcément bien écourté, de l'intéressante discussion sur les questions si complexes que présente l'organisation des études mathématiques dans les écoles d'ingénieurs.*

*I. a. Généralités.* — M. G. FANO, professeur à l'Université et à l'Ecole polytechnique de Turin. — En Italie, depuis 1860 jusqu'à il y a 6 ans environ, nous avons toujours suivi le second système (Universités proprement dites, suivies d'écoles techniques), sauf une seule exception : l'Ecole polytechnique de Milan, créée par Brioschi et qui était une véritable Université technique. Les résultats ont été bons, sans doute. L'Ecole des Ingénieurs de Turin, réorganisée et rendue autonome par la loi de 1906, qui eut seulement en 1908 pleine exécution, a été constituée en Université technique complète à la suite de circonstances particulières, même locales et financières, qui à ce moment s'imposèrent. La plus grande partie de nos mathématiciens n'étaient pas favorables au changement ; puisque nous n'avons pu l'éviter, nous l'avons accepté de bon gré, et il s'est accompli, en effet, d'une façon très satisfaisante, d'autant plus que les professeurs de mathématiques de la nouvelle Université technique étaient presque tous les mêmes qu'au paravant à l'Université. A Padoue aussi on a donné à l'Ecole des Ingénieurs un cours complet, en lui conservant les cours de mathématiques en commun avec la Faculté des Sciences. — Je crois à présent que tous les deux systèmes peuvent donner de bons résultats, pourvu que, dans les Universités techniques, les cours de mathématiques soient confiés à des mathématiciens. Mais, s'il m'est permis d'exprimer mon opinion personnelle, j'aime toujours beaucoup mieux notre ancien système italien, qui est toujours en vigueur chez nous, sauf à Milan, Turin et Padoue (Ecoles qui sont même obligées de recevoir dans leur troisième année les étudiants venant des Facultés de Sciences). Je crois aussi très avantageux pour les étudiants du cours de mathématiques des Facultés de Sciences, de recevoir quelques cours en commun avec les ingénieurs ; ils auront ainsi l'occasion de rester en contact avec le monde réel et les applications. Dans la suite de leurs études, ils ont encore bien du temps et de nombreux cours pour se familiariser avec la science.

M. d'OCAGNE, professeur à l'Ecole polytechnique et à l'Ecole des Ponts et Chaussées, Paris, dit : Il est bien entendu qu'il n'y a pas pour les ingénieurs des mathématiques distinctes de celles qu'étudient les mathématiciens ; mais, si vaste est le domaine de ces sciences que, dans leur enseignement on peut tout de même faire un peu varier les points de vue, suivant le but poursuivi, en insistant, par exemple, davantage sur telle ou telle partie des théories générales.

A l'Ecole Polytechnique, notamment, l'enseignement des mathématiques pures (analyse et géométrie), celui de l'analyse surtout, a très sensiblement évolué depuis quelques années de façon à donner plus d'extension aux théories qui intéressent plus particulièrement les applications à la mécanique

et à la physique, sans toutefois rien sacrifier, comme M. Stäckel l'a très justement fait remarquer dans son rapport, des principes qui sont unanimement considérés comme fondamentaux.

Cette préoccupation ne doit pas prédominer dans les Universités proprement dites où elle risquerait d'entraver le développement de la science purement désintéressée.

Il est clair qu'on ne doit pas chercher à creuser un fossé entre les enseignements des deux ordres suffisamment mis en contact par les rapports scientifiques qu'ont nécessairement entre eux leurs maîtres respectifs ; mais il semble plus avantageux de maintenir à chacun son autonomie.

M. G. FANO (Turin). — M. d'Ocagne craint qu'en faisant suivre aux ingénieurs les cours de mathématiques dans les Facultés des Sciences on ne puisse suffisamment tenir compte des questions, qui pour eux, ont précisément le plus grand intérêt. Or, chez nous on a constaté, et à Rome, à Naples, il arrive encore, que, parmi nos étudiants, des cours de mathématiques des deux premières années, les neuf dixièmes et même plus sont des ingénieurs ; et beaucoup de professeurs font justement des cours arrangés en vue de la plus grande utilité de ces derniers. Moi-même, je faisais ainsi jusqu'en 1908, c'est-à-dire avant la constitution de notre Université technique.

J'admetts toutefois que mes opinions ne peuvent avoir une valeur absolue ; il faut faire leur part aux conditions locales, même aux professeurs dont on dispose.

Je ne crois absolument pas que l'enseignement donné en commun à des groupes différents d'élèves, pendant un ou deux ans au plus, puisse entraver le développement de la science. C'est dans les cours supérieurs seulement que nos étudiants de mathématiques sont dirigés vers des recherches scientifiques ; et il serait même très bien que pour quelques-uns d'entre eux ces recherches puissent avoir pour objet des problèmes vraiment importants pour les applications.

M. LECHATELIER, membre de l'Institut, ne croit pas que les méthodes d'enseignement des Universités scientifiques doivent nécessairement être différentes de celles des Universités techniques. Le motif principal pour reporter aux Universités techniques l'enseignement des sciences pures est surtout qu'elles ont une *organisation*, une orientation vers un but précis, qui leur permet d'obtenir une formation scientifique des jeunes gens, plus complète dans un temps donné que l'enseignement dispersé, sans but homogène des universités purement scientifiques. Mais l'on peut concevoir l'organisation d'Universités scientifiques mieux organisées, et alors la préférence à donner à l'un ou l'autre système n'est plus évidente. C'est une question d'espèce.

M. E. CZUBER, professeur à l'Ecole technique supérieure de Vienne (Autriche), estime que seule l'Université technique est en mesure de tenir compte d'une manière satisfaisante des besoins de la technique.

« Bei der Gründung des ersten polytechnischen Instituts (1806, Prag) in Oesterreich hat man das 2. System gewählt und die mathem. und physikalischen Fächer an die Universität verlegt ; man ist aber bald von dieser Fusion abgegangen und hat das polytechnische Institut zu einer selbständigen Schule ausgestaltet. Als man 1815 in Wien an die Gründung des polytechnischen Instituts schritt, wurde der Versuch einer Verbindung mit der Universität nicht mehr wiederholt. Im Laufe der späteren Zeit ist wiederholt der Gedanke einer Fusion neu aufgetaucht, aus Gründen der Oeko-

nomie, er ist aber immer mit genau denselben Gründen bekämpft worden, welche Herr d'Ocagne betreffs des Studiums der mathem.-naturwissenschaftlichen Fächer an den Universitäten einerseits und für die Bedürfnisse der Ingenieure andererseits angeführt hat. In neuester Zeit erst sind wieder Bestrebungen aufgetreten, an einzelne Universitäten technische Abteilungen anzugliedern (z. B. in Innsbruck), aber nicht aus innern Gründen, sondern um auf diese Weise einzelnen Ländern einen neuen Bildungsweg zu eröffnen auf eine leichtere Weise, als dies durch die kostspielige Schaffung einer selbständigen technischen Hochschule möglich wäre. Doch handelt es sich hier nur um spezielle Zweige der Technik, die man im Anschluss an die Universitäten zur Pflege bringen will. Die Ueberzeugung in Oesterreich geht dahin, dass nur selbständige technische Hochschulen in der Lage sind, für die Aufgaben der Technik entsprechend vorzubereiten und die technischen Wissenschaften zu kultivieren. »

M. Possé, professeur émérite de l'Université de St-Pétersbourg. En Russie, l'Institut des ingénieurs de voies de communication a été organisé d'après le type de l'Ecole des Ponts et Chaussées à Paris. En 1881, on a été forcé, par des raisons qu'il serait trop long d'énumérer, mais d'un caractère plutôt économique que pédagogique, de clore les deux premiers cours, où les mathématiques étaient enseignées, et de n'admettre que les jeunes gens ayant un diplôme universitaire d'une Faculté physico-mathématique. Après une expérience de cinq ans on est revenu à l'ancien système et a restitué l'enseignement mathématique à l'Institut même. On s'est persuadé que la préparation mathématique universitaire était : 1<sup>o</sup> trop longue ; 2<sup>o</sup> ne correspondait pas aux exigences d'une école technique.

M. Vogt, directeur de l'Institut Electrotechnique et de mécanique appliquée de Nancy, estime qu'il y a place pour les deux systèmes : Universités techniques et Universités proprement dites suivies d'enseignements techniques. En France, l'Ecole Polytechnique et les Ecoles d'application ont un recrutement par concours ; il peut y avoir des étudiants renonçant au concours ou ne pouvant le passer pour diverses raisons, et désireux de recevoir un enseignement technique ; certaines Universités leur offrent des ressources nouvelles. Depuis la réorganisation de l'Enseignement supérieur, les Universités ont créé des laboratoires où les applications techniques de la science pure sont développées et étudiées à côté des applications théoriques ; de très bons élèves entrent dans les Universités pour acquérir des certificats de Licence ou se préparer à la carrière de l'enseignement ; s'ils changent d'avis et se tournent du côté des applications techniques, ils peuvent maintenant trouver des enseignements faisant suite aux études théoriques qu'ils ont déjà faites.

Dans certaines Universités, en particulier dans celle de Nancy, il y a un enseignement général durant deux années, et conservant son caractère d'enseignement supérieur, couronné par des certificats de Licence ; à la suite de ces deux années vient un enseignement plutôt technique, qui repose dès lors sur des bases solides. Il y a tout avantage à procéder de cette manière, car d'une part on offre des carrières aux étudiants des Universités, d'autre part on oriente les études vers les problèmes intéressants de la technique. A côté du professeur de Mécanique rationnelle se trouve un professeur de Mécanique technique, et à côté du professeur de Physique générale un autre professeur de Physique technique ; tous ces professeurs se prêtent appui, et l'enseignement ne peut qu'y gagner.

L'exemple des Universités qui ont créé des enseignements techniques montre que l'on peut concilier tous les points de vue.

M. KÖENIGS, professeur à la Faculté des Sciences de Paris, fait observer qu'un des rôles des laboratoires d'Université peut être d'entreprendre la recherche des problèmes que soulève la technique ; ils doivent pouvoir admettre des travailleurs, déjà familiarisés avec la technique, et qui, pour asseoir plus solidement leurs recherches, peuvent avoir besoin de certains enseignements de la Faculté.

M. Koenigs saisit cette occasion pour inviter les membres du Congrès à venir visiter les appareils de mécanique exposés par M. l'ingénieur Léonardo Torrès dans son Laboratoire, 96, boulevard Raspail.

M. MARBEC, sous-directeur de l'Ecole du Génie maritime, Paris. La place occupée dans l'enseignement mathématique par les diverses questions n'est pas proportionnelle à leur rôle dans les applications. Le cas banal, facile, est traité en peu de mots, tous les développements sont nécessairement consacrés aux cas difficiles et exceptionnels qui exigent une exposition plus minutieuse et plus longue. L'exception prend ainsi aux yeux de l'élève une importance excessive. Les élèves sont au contraire, en général, peu entraînés aux applications effectives dans des cas usuels. En général, ils ont plutôt retenu la « démonstration » que refléchi sur les circonstances où le résultat peut être utilisé et sur la façon réelle de l'utiliser.

M. DE DEMECZKY, professeur à l'Université de Budapest, constate qu'il y a non seulement une grande variété d'Universités techniques, — il y en a même avec des Facultés de droit — mais on trouve aussi des Universités proprement dites avec des facultés techniques. Nous sommes trop conservateurs dans l'organisation de l'enseignement technique. A l'avenir on n'aura que des Universités avec des Facultés techniques.

I, b. — M. GROSSMANN, professeur à l'Ecole polytechnique de Zurich. — M. Staechel a signalé dans son rapport, le passage du rapport suisse, d'après lequel il vaut mieux ne pas introduire l'étude *systématique* du calcul différentiel et intégral dans les écoles secondaires. Cette opinion du rapporteur et de ses collègues de l'Ecole polytechnique se base sur des expériences faites. Comme l'a dit M. Beke, hier, il y a en Suisse des Ecoles dont le programme contient les éléments du calcul différentiel et intégral depuis une cinquantaine d'années. Nous avons fait l'expérience, que les élèves venant de ces écoles n'étaient en général pas mieux préparés que leurs camarades. Beaucoup d'entre eux avaient de sérieuses lacunes dans leurs connaissances *élémentaires*; ils avaient oublié les mathématiques élémentaires sans avoir compris les mathématiques supérieures.

M. J. FRANEL, professeur à l'Ecole polytechnique de Zurich. — Nous avons fait à l'Ecole polytechnique de Zurich, les constatations suivantes : les élèves auxquels on enseigne les éléments du calcul infinitésimal se figurent, à tort, généralement, posséder la matière. Aussi considèrent-ils nos premières leçons comme une sorte de répétition superflue, ils n'y prêtent qu'une attention distraite, le sujet est comme défloré; il n'a plus pour eux l'attrait de la nouveauté. Or ces premiers éléments sont rarement exposés avec la rigueur et la précision voulues. Vouloir bâtir avec des matériaux aussi chancelants serait faire œuvre chimérique. Nous sommes donc obligés de revenir sur ces premiers principes, d'insister sur ces notions fondamentales. Nous ne pensons pas qu'on puisse attendre un profit véritable en effleurant un sujet qu'on n'a pas le temps d'approfondir. L'intro-

duction du calcul des dérivées dans l'enseignement secondaire peut se justifier, par d'excellents arguments. Nous demandons seulement qu'on le fasse avec prudence et modération.

M. FEHR, professeur à l'Université de Genève, tient à compléter ce que viennent de dire MM. Grossmann et Franel. Il est indispensable que l'enseignement secondaire supérieur fournisse, dans les différentes sections, une initiation aux notions de fonction et de dérivées. Ces notions doivent être étudiées d'une manière plus approfondie dans les sections qui conduisent à l'enseignement technique supérieur.

Quant à l'étendue à donner, c'est une question de mesure. Il est d'accord pour que l'enseignement secondaire n'empête pas sur des cours qui appartiennent réellement à l'enseignement supérieur. Peut-être ferons-nous bien d'éviter dans les programmes de l'enseignement secondaire les termes de « calcul différentiel et intégral. » Il fait remarquer, à ce point de vue, que les programmes français se bornent à parler des dérivées et des fonctions primitives. En France, le terme de « calcul différentiel et intégral » n'apparaît que dans les classes dites de mathématiques spéciales, dont l'enseignement correspondant se donne ailleurs dans les Facultés.

M. de DEMECZKY (Budapest). — Dans l'enseignement secondaire supérieur, il serait désirable qu'à la fin des études secondaires des classes spéciales soient établies en vue des principales sciences et par conséquent aussi pour les mathématiques.

M. von DYCK, professeur à l'Ecole technique supérieure de Munich. — L'Université doit donner des vues générales dans les différentes branches ; il faut réservé ce caractère à son enseignement. Les cours de sciences mathématiques et physiques de l'école moyenne ne peuvent remplacer un cours universitaire.

I. c. — M. TRIPIER, sous-directeur de l'Ecole Centrale, Paris. — A l'Ecole Centrale, le cours sur les éléments de l'Analyse mathématique principalement professé par M. Appell, depuis vingt ans, ne donne plus d'aussi bons résultats depuis que les intégrations simples et la résolution des équations différentielles élémentaires ont été introduites dans le programme du concours d'admission à l'Ecole, qui puise dans les matières de la classe de Mathématiques spéciales. Nous pensons donc, et pour les raisons qu'a indiquées M. Franel, qu'il est préférable de ne pas trop rejeter l'enseignement du Calcul diff. et intégral avant l'entrée à l'Université technique.

M. HADAMARD, membre de l'Institut, estime que pour le professeur de l'enseignement supérieur, il est insupportable de se trouver en face d'un programme partiellement traité. Il y a intérêt à ce que, dans les Ecoles secondaires qui préparent à cet enseignement, les questions soient traitées ou ne le soient pas au lieu de l'être à demi.

M. TRIPIER a pu constater que les élèves de l'Ecole Centrale ne sont pas suffisamment préparés pour l'application des mathématiques par les cours de mathématiques spéciales.

En réponse à M. le Professeur Hadamard, je préciserais en disant que les élèves qui ont subi avec succès les épreuves du concours d'admission à l'Ecole, savent faire des calculs, mais en ne faisant trop souvent ainsi que du mécanisme, en restant pourtant insuffisants au point de vue de leur faculté de faire vraiment des applications, parce qu'ils sont arrêtés lorsque le problème posé n'a pas les aspects auxquels ils ont été accoutumés, ce qui montre qu'ils ne possèdent pas la signification pour ainsi dire concrète des

calculs qu'ils sont capables de réussir. On est ainsi conduit à penser que les futurs ingénieurs seront mieux préparés au cours supérieurs des Universités techniques par l'Université technique elle-même, où le souci de l'application et du sens concret est constant.

II. — *Nature de l'enseignement.* — Le résumé de M. Staeckel relatif à la nature de l'enseignement ne donne guère lieu à de longues remarques. Tout le monde semble d'accord pour reconnaître que l'enseignement mathématique dans les Ecoles d'ingénieurs doit avoir pour but un développement général méthodique.

M. Kœnigs fait remarquer qu'il y a un danger à donner une trop grande place aux développements analytiques au détriment de la géométrie proprement dite. La géométrie a un caractère éducatif qu'elle tient de sa nature et qu'il faut lui conserver.

Pour ce qui est des applications, M. Hadamard estime que le professeur de mathématiques a tout à gagner en étant à l'affût des applications au point de vue mathématique. Il peut en tirer parti pour émailler son enseignement.

A ce propos il rappelle le passage du rapport de M. BEKE dans lequel l'auteur parle du rôle de l'intuition jointe à la rigueur.

III, a, b, c). — *Scolarité.* Les objets *a* et *b* du résumé de M. STAECKEL ne donnent lieu à aucune remarque. — *c)* Pour adapter l'enseignement aux exigences modernes il faut laisser une certaine liberté aux professeurs. En Russie, dit M. Possé, les nouveaux programmes laissent une grande liberté.

Comme le fait remarquer M. d'Ocagne, il faut éviter d'enserrer le programme dans un cadre trop rigide ; il faut que le libellé soit assez élastique pour que des modifications soient possibles.

M. ENRIQUES, professeur à l'Université de Bologne, parle dans le même sens. Une certaine liberté doit être accordée aux professeurs. Celle-ci pourrait être limitée en prévoyant que les examens soient passés auprès d'un jury ne renfermant pas le professeur qui a donné l'enseignement.

*d) Exercices de Mathématiques.* — M. LEFÈVRE, professeur à l'Ecole militaire de Belgique, désire compléter les renseignements donnés par M. Staeckel, relatifs aux exercices pratiques qui doivent contribuer au développement de l'enseignement mathématique. Depuis une quinzaine d'années exercices jouent un rôle important dans le Cours d'Analyse ainsi que dans la plupart des autres cours de l'Ecole militaire de Belgique où ils sont organisés d'une façon complète et systématique.

Ils sont donnés chaque semaine et ils exigent la connaissance des matières exposées dans les trois, quatre et parfois cinq dernières leçons. Les élèves sont livrés à eux-mêmes, en ce sens qu'ils travaillent isolément sous la surveillance d'un répétiteur. A la fin de toute séance d'exercices pratiques, la solution de la question est affichée dans la Salle d'études ; les élèves peuvent donc ainsi apprécier eux-mêmes leurs erreurs, avant la correction. Après la remise du travail corrigé, un échange de vues s'établit entre le correcteur et les élèves ; ceux-ci acquièrent ainsi rapidement une grande confiance dans le personnel attaché à leur enseignement ; c'est avec confiance aussi qu'ils font usage des règles qui synthétisent les théories exposées : ils s'habituent enfin à travailler avec ordre et méthode.

Une amélioration sera prochainement introduite dans le régime, car ils pourront, comme le fait généralement l'ingénieur, s'entourer de renseignements nécessaires à l'élaboration de tout travail. Ils auront à leur disposi-

tion un formulaire du *Cours d'Analyse*, formulaire qui leur permettra d'éviter des erreurs résultant de l'oubli de certaines formules mêmes élémentaires.

Nous avons pu constater que les exercices individuels donnent de très bons résultats ; mais il est utile d'ajouter que les promotions de l'Ecole militaire sont relativement faibles (60 à 70 élèves) ; il est donc toujours facile de trouver un nombre suffisant de répétiteurs chargés de la correction.

M. von DYCK. — A l'Université technique de Munich, les exercices figurent pour 2 heures par semaine pour 4 heures de cours. Les étudiants sont appelés à résoudre les exercices par écrit. Ces travaux pratiques forment un complément indispensable du cours.

IV. — *Matière et méthode.* — a) Au sujet de l'étendue de l'enseignement des mathématiques pour les futurs ingénieurs, M. HADAMARD estime que l'Université technique doit fournir une culture élevée. Le choix des matières est une affaire de tact et de mesure. M. BUHL (Toulouse) est du même avis.

M. TRIPIER dit que l'enseignement doit être assez développé, non seulement afin d'élever les vues des futurs ingénieurs, mais aussi afin que l'ingénieur puisse conserver toujours assez de mathématiques pour suivre la marche de la science et résoudre les questions théoriques simples qui se poseront à lui, et ceci malgré la grande contraction qui se produira souvent dans ses connaissances mathématiques au cours d'une carrière où il aura très peu à les appliquer.

IV, c). — M. PADOA, professeur à l'Institut technique de Gênes, attire l'attention de ses collègues sur la confusion que l'on fait souvent entre la rigueur et la volonté d'analyser certaines questions. La rigueur n'exclut aucun appel à l'intuition ; elle veut seulement que ces appels ne soient pas faits subrepticement dans les définitions et dans les démonstrations, mais qu'ils soient énoncés à part (concepts fondamentaux, postulats). Sans rigueur il n'y aurait ni mathématiques, ni honnêteté scientifique.

Dans toute proposition mathématique il faut faire ressortir l'hypothèse et la thèse ; la démonstration est rigoureuse si elle prouve que l'hypothèse est suffisante. La recherche de ce qui arriverait en supprimant quelques-unes des conditions dont se compose l'hypothèse donne naissance à des nouvelles questions qui peuvent intéresser le mathématicien sans intéresser l'ingénieur.

M. HADAMARD a été conduit, par son expérience de l'enseignement à une idée qui peut paraître paradoxale : c'est qu'il faut développer l'intuition dans l'usage de la rigueur. Il importe à l'élève — l'expérience le montre — de savoir que, *pratiquement*, il y a des cas où la rigueur n'est qu'une formalité et d'autres où il est nécessaire d'y apporter la plus grande attention.

M. POSSÉ parle dans le même sens. Sans rigueur il n'y a pas de science ; son emploi n'est pas aussi difficile qu'on le croit parfois.

M. CASTELNUOVO remarque que lorsqu'on parle à des élèves dirigés vers les applications, il faut éviter de donner l'illusion que la rigueur théorique puisse suffire pour transporter les résultats dans la technique. Il faut, au contraire, toujours rappeler aux élèves qu'entre la théorie et la pratique il y a encore un abîme à franchir, et que les coefficients de réduction dont les praticiens font usage, n'ont pas une moindre importance que les résultats théoriques sur lesquels on s'appuie.

M. BIOCHE, ajoute qu'il importe de faire observer qu'une solution théo-

rique d'un problème n'est pas nécessairement une solution réalisable, et d'indiquer comment on doit adapter la solution aux différents cas qui peuvent se présenter. Par exemple, lorsqu'il s'agit de déterminer le rayon d'une sphère solide la méthode classique donnée dans les traités de géométrie n'est pas applicable pour une sphère lisse, comme celles qu'on a à considérer en optique ; on doit dans ce dernier cas employer le sphéromètre. Pour déterminer le rayon de la terre on ne peut employer le procédé, élégant et ingénieux, fondé sur la dépression de l'horizon, pour un observateur placé à une certaine altitude, ce procédé manquant de précision.

Quoi qu'il en soit, on ne doit pas négliger, même pour de futurs praticiens, d'exposer les principes théoriques qui donnent les raisons fondamentales des règles de calcul. Ainsi la considération des courbes unicursales et celle de diverses autres théories géométriques permettent de reconnaître dans quels cas des problèmes de calcul intégral peuvent être résolus complètement, et donnent des procédés réguliers pour obtenir la solution.

IV, d). — Quant à la réunion des cours de mathématiques destinés aux ingénieurs en un seul cours, M. Possé ne pense pas que ce soit bon.

M. ENRIQUES n'y serait pas opposé ; peut-être que les expériences faites dans ce sens ne sont pas encore assez longues. La fusion pourrait se faire en tenant compte du développement historique de l'analyse.

M. STAECCKEL fait remarquer que l'unification a été faite à Munich. Elle a le grand avantage de ne pas traiter certaines questions dans les deux cours de géométrie analytique et de calcul différentiel intégral.

M. BUHL, professeur à l'Université de Toulouse, pense que l'enseignement des mathématiques générales doit faire appel à la fois à la Géométrie et à l'Analyse. Il faut montrer les relations réciproques entre les différentes branches mathématiques.

Dans les cours faits à de futurs techniciens, on ne peut avoir uniquement en vue les besoins, prêtés assez arbitrairement d'ailleurs, à ceux-ci. Les professeurs doivent voir les choses de manière élevée ; des applications diverses peuvent être réunies en examinant des sujets qui ne correspondent directement à aucune application.

Si le professeur appartient à l'enseignement supérieur (mathématiques générales), il a pour premier devoir d'être un savant, un homme susceptible de recherche originale et alors il lui répugnera naturellement d'avoir *uniquement*, dans ses préoccupations, ce qui est nécessaire pour la technique industrielle. Les méthodes qui lui semblent bonnes et fécondes pour ses découvertes ne lui sembleront pas propres à être rayées de son enseignement.

Quant au choix des méthodes il ne doit pas être étroit, il ne faut pas sous prétexte d'homogénéité, d'unicité, se tenir, par exemple, sur le terrain de la géométrie quand les calculs peuvent intervenir utilement dans une démonstration, et réciproquement.

*Autres questions.* — Sur la proposition de M. Castelnuovo, la Conférence consacre ensuite un court échange de vues sur les deux questions suivantes :

1<sup>o</sup> *De la place des mathématiques dans le plan d'études des Ecoles d'ingénieurs ;*

2<sup>o</sup> *Ingénieurs techniciens et ingénieurs théoriciens.*

1<sup>o</sup> Pour ce qui concerne le premier point, M. Castelnuovo demande s'il convient de séparer nettement, dans la préparation des ingénieurs, les

études théoriques de leurs applications, comme on fait maintenant dans la plupart des pays, ou bien s'il conviendrait d'alterner dans chaque année les cours théoriques et les pratiques. Cette dernière solution a été sciemment proposée par M. LORI, professeur à l'Ecole Polytechnique de Padoue, avec le but de porter tout de suite l'attention des élèves sur les questions techniques, et d'éviter qu'on oublie l'instrument des mathématiques dans les cours supérieurs consacrés ordinairement aux questions techniques.

M. LORIA, professeur à l'Université de Gènes, fait remarquer que dans la répartition des cours on peut accompagner les branches théoriques de cours pratiques n'exigeant pas trop de mathématiques, tel que, par exemple, la topographie. On peut faire alterner les cours théoriques et les cours pratiques d'un caractère élémentaire.

M. STAECCKEL observe qu'en Allemagne les étudiants ingénieurs ont dès la première année des cours techniques élémentaires.

2<sup>o</sup> Les ingénieurs italiens, dit M. CASTELNUOVO, affirment parfois que certains cours destinés aux élèves ingénieurs sont trop élevés. Quelques professeurs ont tenu compte de ces remarques, mais il y a pourtant une limite inférieure dans l'ensemble des connaissances indispensables que doit fournir l'Université technique. Si l'on veut juger ces différents points de vue, il faut se rappeler qu'il y a *deux catégories d'ingénieurs* : ceux qui appliquent la science déjà formée, et ceux qui développent et qui construisent la science de l'ingénieur. Dans ces conditions l'Université technique peut donner aux ingénieurs techniciens une culture limitée mais elle doit ajouter des cours supérieurs en vue de la seconde catégorie.

M. POSSÉ appuie la distinction qui vient d'être signalée.

M. STAECCKEL dit qu'en Allemagne les Universités techniques demandent à former les deux catégories : 1. Les ingénieurs techniciens ; 2. Ceux qui poussent les études jusqu'au doctorat.

En outre on trouve les écoles techniques moyennes (Maschinenbauschulen) qui forment une catégorie importante de techniciens.

M. FRANEL parle de l'organisation de l'Ecole polytechnique de Zurich. On y prévoit des cours obligatoires pendant les deux premiers semestres (5 h. de cours, 2 h. d'exercices et 1 h. de répertoire), et comme complément, des cours facultatifs recommandés aux étudiants et dont le sujet est variable suivant le semestre.

M. CZUBER, qui présidait la dernière séance de discussion, résume les débats et remercie tous ceux qui ont pris une part active à la discussion.

\* \* \*

*Extrait d'une lettre de M. ANDRADE.* — M. J. Andrade, professeur à la Faculté des sciences de Besançon, empêché pour raison de santé de prendre part à la Conférence, nous adresse une note dont voici un extrait :

« Un enseignement technique supérieur sera celui qui arme l'esprit et la volonté de ses élèves de ce sens critique réaliste ou de cette intuition rapide mais précise qui fait reconnaître la valeur exacte d'une invention. L'esprit d'invention souffle d'où il veut, il n'appartient certes à aucune école, il ne relève d'aucun esprit de corps.

L'organisation de l'enseignement technique doit aussi prévoir l'éducation d'ingénieurs.

L'opposition de ces deux vocables « Ingénieurs ou Techniciens » appartient à une classification surannée avec laquelle il nous faut compter ; ayons néanmoins la franchise de dire nettement que cette opposition ne correspond plus à aucune réalité.

A l'époque où fut fondée l'Ecole Polytechnique, le nom même de cette école avait une signification réelle ; les sciences d'une part, les manifestations industrielles d'autre part étaient alors assez simples pour permettre à une même école de mêler ensemble la culture scientifique et la formation technique ; il n'en est plus de même aujourd'hui ; si l'ingénieur a, plus que jamais besoin d'une culture scientifique solide, il a aussi plus que jamais besoin d'être autre chose qu'un chef administratif de techniciens ; technicien lui-même il doit être ; il sera donc initié à fond aux travaux personnels du laboratoire ou de l'atelier ; de plus en plus la distinction entre manuels et intellectuels est devenue techniquement fausse ; et nulle part cette fausseté n'est plus choquante que dans les programmes administratifs et dans les façades de l'éducation des ingénieurs.

Sans aucun doute, quelques bons mathématiciens ont pu devenir des techniciens, comme quelques artisans adroits ont pu devenir de bons ingénieurs, mais l'esprit humain artificiellement coupé en plusieurs tronçons a pu reformer son unité de pensée et d'action à travers les cloisons étanches des classifications factices ; il serait toutefois prudent de ne pas exagérer la difficulté demandée à l'initiative individuelle et de revenir à des méthodes plus saines dans l'organisation des enseignements scientifiques et techniques combinés ».

### 3. — Suite de la discussion.

La discussion s'est poursuivie le vendredi soir à la Société des Ingénieurs civils de France sous la présidence de M. GALL. Elle a été résumée dans le *Procès-verbal de la séance du 3 avril 1914*, publié par la Société dans son bulletin intitulé *Résumé de la Quinzaine* (1914, no 7, p. 68-81). M. le Secrétaire administratif A. de DAX, gérant, a bien voulu nous autoriser à reproduire le compte rendu de la discussion rédigé par l'un des secrétaires techniques M. A. GOSSE.

#### *Séance de la Société des Ingénieurs civils de France.*

M. LE PRÉSIDENT rappelle qu'il y a actuellement à Paris un Congrès international d'enseignement mathématique.

M. l'Ingénieur en Chef des Ponts et Chaussées d'Ocagne, Professeur à l'Ecole Polytechnique, a bien voulu accepter de venir faire à notre Société le compte rendu des premières séances de ce Congrès.

Il lui souhaite la bienvenue ainsi qu'à M. Stäckel et aux nombreux congressistes qui ont bien voulu venir assister à la séance de ce soir. Il cite parmi eux M. Torres y Quevedo, l'inventeur de machines à calculer et à intégrer ; Sir George Greenhill, auteur de « The Tabulation of Bessel and other functions » ; et M. Fehr, le distingué Secrétaire Général de la Commission Internationale de l'Enseignement mathématique.

M. le Président rappelle ensuite que le Congrès a été inauguré par un rapport extrêmement remarquable de M. Stäckel, Professeur à l'Université

d'Heidelberg ; celui-ci, dans un travail de très haute impartialité, a bien voulu rappeler un souvenir qui nous est particulièrement cher, à quelque origine que nous appartenions : ce sont les circonstances qui ont présidé à la création de l'Ecole Polytechnique, il y a cent vingt ans, au mois de septembre 1794. M. le Professeur Stäckel a bien voulu rendre hommage aux idées très générales qui ont présidé à l'organisation de l'enseignement mathématique dans cette Ecole et à l'influence qu'a eu cet enseignement sur la préparation des Ingénieurs du monde entier. M. le Président croit que c'est la première fois que cela a été fait dans un compte rendu de ce genre. Il adresse tous les remerciements de la Société à M. le Professeur Stäckel, en lui disant combien nous avons tous été touchés des sentiments auxquels il a obéi.

M. LE PRÉSIDENT ajoute que M. Torres y Quevedo se mettra très volontiers à la disposition des Membres de la Société, le mercredi 8 avril, de 9 heures à midi, au Laboratoire de Mécanique de M. Koenigs, 96, boulevard Raspail, pour leur montrer ses appareils remarquables.

M. le Président remercie M. Torres y Quevedo de son aimable invitation.

M. M. d'OAGNE, ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, Professeur à l'Ecole Polytechnique, membre de la délégation française à la Commission internationale de l'enseignement mathématique<sup>1</sup>, fait un exposé sommaire de l'échange de vues qui a eu lieu, aujourd'hui même, au sein du Congrès international réuni à Paris par les soins de cette Commission, relativement aux questions que soulève la préparation mathématique des ingénieurs, questions qui ont été posées dans un rapport rédigé, à la suite d'une enquête faite dans les différents pays, par M. le Professeur Stäckel, de l'Université de Heidelberg, qui assiste à la séance.

Parmi ces questions, celles sur lesquelles M. d'Oagne croit devoir particulièrement attirer l'attention des ingénieurs en raison des utiles avis qu'elles pourront sans doute provoquer de leur part, sont les suivantes :

1<sup>o</sup> Deux systèmes principaux sont en présence pour la formation des futurs ingénieurs ; ils consistent l'un à leur faire faire leurs études mathématiques dans une *Université ordinaire*, au milieu des étudiants ne recherchant qu'une pure culture scientifique, pour les diriger ensuite vers des écoles strictement techniques, l'autre à leur enseigner les mathématiques supérieures à part, dans une institution spéciale rattachée aux écoles techniques, et formant avec elle un groupe désigné sous le nom d'*Université technique*.

Des renseignements recueillis par M. le Professeur Stäckel, il résulte que c'est, aujourd'hui, d'une manière générale, le second système, celui des Universités techniques, qui semble devoir prévaloir.

En France, où l'enseignement technique a le plus anciennement reçu une organisation systématique, les circonstances historiques font que cette organisation se présente sous une forme particulière. Toutefois, on peut considérer que l'ensemble de l'Ecole Polytechnique et des diverses écoles d'application qui s'y recrutent constitue une sorte d'Université technique. Une remarque analogue s'applique à l'Ecole Centrale bien que l'enseignement y soit commun à tous les élèves non seulement pendant l'année d'études théo-

<sup>1</sup> Les autres membres de la délégation française sont MM. Hadamard, Membre de l'Institut, Professeur au Collège de France et à l'Ecole Polytechnique, et Bioche, Professeur au Lycée Louis-le-Grand. La Commission internationale a pour Président M. le Professeur Félix Klein, de Göttingue, et pour Secrétaire Général M. le Professeur Fehr, de Genève.

riques, mais encore pendant les deux années techniques, alors que, dans les Universités techniques proprement dites, il y a, après la période d'études scientifiques communes, spécialisation des cours suivis par les diverses catégories d'étudiants suivant la branche à laquelle ils se destinent.

Le système des Universités techniques a l'inconvénient, au regard des Universités ordinaires, d'en réduire sensiblement l'animation. Il a l'avantage de permettre de donner à l'enseignement des mathématiques une orientation plus favorable au développement des applications aux sciences physiques, mécaniques et, par suite, aux sciences techniques, sans d'ailleurs toucher aux principes fondamentaux qui se trouvent nécessairement à la base de tout enseignement mathématique élevé.

2<sup>o</sup> A quelles bornes doit-on arrêter l'enseignement mathématique dispensé aux futurs ingénieurs? Faut-il, comme le pensent certaines personnes, s'en tenir aux premiers éléments du calcul différentiel et intégral? Ou bien convient-il de tenir compte, dans une certaine mesure, du développement pris par les mathématiques modernes? Au sein de la Conférence internationale, la tendance s'est affirmée de ne pas proscrire systématiquement tout ce qui dépasse tant soit peu les éléments classiques. Nous ne savons pas, en effet, ce que demain nous réserve. Il se peut que telle théorie, qui apparaît aujourd'hui comme purement abstraite, soit susceptible, d'ici quelques années, d'intervenir utilement dans un domaine de la technique. A ce point de vue, l'exemple du calcul des quantités imaginaires est caractéristique. Qui se fût douté, il y a une cinquantaine d'années qu'il dût devenir, entre les mains des électrotechniciens, l'outil vraiment si commode qu'il est aujourd'hui? Il est bon que les ingénieurs soient mis en état de comprendre au moins le sens des principales nouveautés mathématiques afin d'avoir la possibilité, le cas échéant, d'en tirer parti pour tel ou tel objet qui les intéresse.

3<sup>o</sup> Pour le temps à consacrer aux études mathématiques supérieures préparatoires aux études techniques, l'avis dominant, dans les différents pays, est qu'il est bon de ne pas le réduire à moins de deux ans.

L'idée s'est fait jour en Italie qu'il serait peut-être à propos d'établir une sorte de pénétration réciproque entre l'enseignement théorique et l'enseignement pratique afin, d'une part, d'intéresser de meilleure heure les élèves aux choses de la réalité et, d'autre part, de leur faire utiliser les notions mathématiques qu'ils acquièrent alors qu'elles sont bien fraîches dans leur esprit. Une telle réforme, qui peut séduire à première vue, comporte toutefois, quand on y regarde de plus près, de sérieuses difficultés de réalisation qui ne sauraient probablement être levées que dans des cas d'espèce.

4<sup>o</sup> Une autre importante question qui a été examinée est celle du choix du corps enseignant mathématique pour les ingénieurs. Doit-il de préférence se recruter parmi les techniciens ou parmi les mathématiciens de profession? Sur ce point, M. le Professeur Stäckel n'a pas hésité à faire observer que, pour enseigner les mathématiques, quel que soit le but particulièrement visé, il faut, avant tout, être mathématicien. On ne saurait, en effet, enseigner utilement quelque sujet que ce soit si on ne le domine pas et même d'un peu haut. Maintenant, il est clair qu'à cette aptitude mathématique indispensable, il vaudra mieux que le professeur joigne une connaissance assez avertie des besoins des ingénieurs, acquise de préférence par une expérience personnelle. Il ne semble pas que l'on puisse recommander le système consistant à confier un tel enseignement à des ingénieurs n'ayant

jamais rien produit par eux-mêmes dans le domaine des mathématiques et n'en connaissant que la pratique courante.

M. F. CHAUDY ne désire présenter des observations que sur quelques points seulement du remarquable rapport de M. Stäckel.

Tout d'abord convient-il de donner aux futurs ingénieurs l'enseignement mathématique supérieur en dehors des Universités techniques, c'est-à-dire dans les Universités proprement dites, pour leur donner ensuite l'enseignement technique dans les écoles spéciales, ou bien faut-il leur donner cet enseignement mathématique dans les Universités techniques elles-mêmes?

De l'avis de M. Chaudy, il convient de donner l'enseignement mathématique supérieur aux futurs ingénieurs dans les Universités techniques. C'est ce qui se fait, en France, à l'Ecole Centrale ainsi qu'à l'Ecole Polytechnique qui prépare, le cas échéant, aux Ecoles des Ponts et Chaussées et des Mines.

La raison qui, selon M. Chaudy, milite en faveur de cette opinion, c'est que, comme le permet l'organisation de l'Ecole Centrale, par exemple, le Conseil de perfectionnement de cet Etablissement peut servir d'intermédiaire entre les professeurs-mathématiciens et les professeurs de sciences appliquées en vue d'obtenir que les mathématiciens n'enseignent que les parties de leur science qui peuvent servir à l'Ingénieur dans l'exercice de son art.

Le mathématicien professant en Sorbonne a naturellement tendance à pousser très loin son enseignement, plus loin certainement qu'il ne faut pour la formation des ingénieurs.

L'inconvénient qui résulterait pour ceux-ci d'une culture mathématique trop élevée serait de diminuer chez beaucoup le sens inné des applications mathématiques en vue des réalisations pratiques.

Un ingénieur qui a reçu un enseignement mathématique trop élevé eu égard à cet objectif des applications à son art, risque beaucoup d'échafauder plus tard des théories tout à fait à côté des réalités. On a vu des ingénieurs très versés dans les sciences mathématiques prétendre déterminer algébriquement la réaction dont un terrain est capable sous une charge donnée, comme celle de la poussée d'un arc, parce qu'ils ne voyaient pas que la compressibilité des terres est une chose qui échappe au calcul. On en a vu d'autres, et non des moindres, s'attaquer à la théorie de la résistance des poutres en béton armé et qui ne s'apercevaient pas de l'utilité de cet organe essentiel que les constructeurs appellent des étriers. Et tout cela provenait vraisemblablement de ce que ces ingénieurs, plus mathématiciens que physiciens, avaient, en développant trop leur sens mathématique, si on peut s'exprimer ainsi, diminué cette sorte de prescience des choses de la pratique qu'il faut avoir pour bâtir des théories saines.

Ce sens particulier que doivent posséder les ingénieurs, les mathématiciens purs de l'Université proprement dite ou de l'Ecole normale supérieure ne l'ont pas, et c'est pour cela qu'il paraît nécessaire à M. Chaudy que, dans les Universités techniques, les professeurs-ingénieurs se mettent en rapport avec les professeurs-mathématiciens pour leur faire connaître les besoins de leur art, afin que le professeur de mathématiques ne fasse que signaler dans son cours les théories qui paraissent être sans utilité pour les applications, et insiste sur les autres. A ce sujet, M. Chaudy rappelle les services que rendent aux ingénieurs la Statique graphique et la Nomographie, et on ne peut signaler cette dernière sans rappeler les travaux de M. d'Ocagne sur les abaques.

Sur la question de savoir si, dans les Universités techniques, il convient de faire enseigner les mathématiques par les mathématiciens ou par des ingénieurs ayant de fortes connaissances en mathématiques, M. Chaudy est d'avis qu'il faut laisser cet enseignement aux mathématiciens purs, car, comme le dit très bien M. Stäckel dans son rapport, il faut toujours que le professeur domine son sujet. Or, les ingénieurs ne peuvent prétendre à la connaissance approfondie de leur art et des mathématiques. On est mathématicien ou ingénieur, on ne peut être les deux à la fois.

M. C. MONTEIL présente quelques observations sur le rapport de M. Stäckel et sur le commentaire qui en a été fait par M. d'Ocagne.

Il a été dit en premier lieu que la plupart des grandes écoles techniques françaises possèdent leurs chaires théoriques, ce qui dispense leurs élèves d'un séjour préalable dans les facultés de sciences, mais, en revanche, ces élèves doivent subir, dans les classes de mathématiques spéciales des lycées, une préparation très longue.

Pour critiquer la durée de cette préparation, M. Monteil est amené à analyser le rôle des mathématiques dans la préparation aux écoles techniques. Ce rôle est double. En premier lieu, l'enseignement des mathématiques doit procurer une documentation préalable de méthodes et formules. Ce premier point de vue est loin de justifier un développement aussi important des mathématiques spéciales, le secours réclamé par les applications aux mathématiques pures étant très faible.

En second lieu, et il n'échappera à personne que c'est là le côté important de la question, les mathématiques jouent un rôle dans la formation intellectuelle d'un cerveau. Elles y apportent les qualités solides de justesse, de rigueur, et celles subtiles de finesse et d'ingéniosité, toutes qualités pour lesquelles les démonstrations d'algèbre sont le plus efficace des entraînements.

Mais il ne faut pas perdre de vue que les mathématiques ne sont pas l'unique méthode de formation intellectuelle. Les études littéraires, historiques, de droit, aboutissent au même but avec des modalités différentes, et il faut s'en souvenir pour ne pas tracer pour les préparations des programmes trop étroits.

Une observation fort décevante, et dont il n'existe nulle trace dans le rapport, est le fossé entre les sciences d'une part et, d'autre part, les besoins réels que font naître les applications.

M. d'Ocagne a cité un certain nombre de sciences qui constituent, d'après lui, l'intermédiaire entre le champ de la science pure et celui des applications. Ce sont l'Elasticité et l'Hydrodynamique. Il n'est pas douteux que les problèmes concrets qui y sont posés intéressent au plus haut point l'ingénieur, mais ils se traduisent, hélas, par des équations différentielles rebelles à toute intégration, et derrière lesquelles la solution semble plus cachée encore qu'elle ne l'était sous l'énoncé primitif.

Il a fallu alors créer des sciences d'ingénieurs totalement étrangères aux précédentes, ce sont: la résistance des matériaux et l'hydraulique, où la détermination expérimentale directe de quelques fonctions inconnues et aussi quelques complaisances de raisonnement permettent l'aboutissement jusqu'aux solutions numériques.

Restons fidèles à l'enseignement élevé des mathématiques pour leur contribution incontestable à la formation préalable des esprits, mais réduisons énergiquement le séjour, actuellement exagéré, dans les classes de mathé-

matiques spéciales, et invitons les savants à se rapprocher de plus en plus des questions vraiment utiles qu'ils ont toujours volontairement ignorées jusqu'à ce jour, et pour l'étude desquelles ils sont personnellement mal préparés.

M. Ch. RABUT dit que le plus grave inconvénient reproché au système français de préparation mathématique des ingénieurs, c'est assurément l'exagération du temps passé dans les classes de mathématiques dites élémentaires, élémentaires fortes et spéciales (quatre ans en moyenne, pour la préparation à l'Ecole Polytechnique) comparé au temps accordé à l'enseignement technique proprement dit (deux ans et demi à l'Ecole des Ponts et Chaussées).

Ce contre sens vient de ce que le Concours décisif a été placé, non à la sortie, mais à l'entrée des grandes Ecoles : l'Université, ainsi rendue maîtresse de la préparation, s'arrange naturellement pour garder les candidats le plus longtemps possible ; c'est ainsi qu'ils se voient presque obligés de suivre deux fois les cours élémentaires, et deux, trois, quatre, et même cinq fois les cours spéciaux, alors qu'ils ne suivent qu'une fois, et même rapidement, les cours techniques des Ecoles.

Un autre inconvénient non moins grave est que l'objet des cours spéciaux est presque exclusivement sportif, sans valeur éducative, étranger à la formation de l'ingénieur ; exemples : les règles de convergence des séries (toujours subtile, de temps en temps reconnues fausses), la théorie générale des équations algébriques (qui ne peut aboutir à rien moins qu'à leur résolution), l'étude des lignes et surfaces du premier et du second degré au moyen de leurs équations générales (une batterie d'artillerie pour tuer un moineau<sup>1</sup>).

Ce second contre sens vient de ce que, parmi les professeurs de spéciales, les examinateurs d'entrée aux Ecoles et les fonctionnaires appelés à rédiger les programmes des concours, les ingénieurs ne figurent qu'exceptionnellement, et toujours en infime minorité.

Ces défauts de l'enseignement ont engendré un mal de plus en plus grand signalé par les ingénieurs de profession : l'abus du calcul dans la Science appliquée.

Formés exclusivement à la méthode déductive, presque étrangers à la méthode expérimentale qui doit être, par excellence, la méthode de la Science appliquée, encore plus étrangers à l'observation et à la critique qui sont les meilleures armes de l'ingénieur, les élèves de nos grandes Ecoles ne parviennent pas toujours à y réformer leur mentalité au contact de professeurs qui ont vécu leur métier, et ils apportent dans l'exercice de leur profession un reste des contre sens de l'enseignement préparatoire, cela au détriment de notre art.

M. Rabut se borne à deux exemples empruntés aux deux matières qu'il a eu l'honneur d'enseigner : la Construction et l'Hydraulique.

Parmi les constructeurs en maçonnerie, les voûtes, qui ne se calculent guère, ne donnent lieu qu'à peu de mécomptes ; les grands barrages, au

<sup>1</sup> M. APPRIE, la plus haute autorité universitaire en matière de pédagogie scientifique, a écrit dans *l'Enseignement mathématique*, du 15 septembre 1900 : « On est arrivé à un enseignement qui est moins une science qu'un sport et auquel il faut reprocher : l'artifice ;... le dédain des applications, des calculs numériques, des questions simples ; l'abus de la géométrie analytique ; etc. ».

contraire, dont les dimensions sont rigoureusement déterminées par le calcul, périssent par accident les uns après les autres. . .

Parmi les constructions métalliques, les premiers ponts construits par Brunel et Stéphenson presque sans calcul, mais après auscultation d'un modèle réduit, sont encore debout, alors que des milliers d'ouvrages, petits et grands, établis depuis sur des calculs minutieux, ont péri en peu d'années, souvent même pendant leur construction. L'auscultation des ouvrages en service en a donné la raison en accusant des déformations très différentes de ce qu'annonçait le calcul usuel, notamment dans les barres de treillis et les fermes en arc.

En Hydraulique, c'est une éclipse presque complète de la science des eaux courantes, due à la persistance d'un enseignement théorique suranné : pendant un demi-siècle, on ignore l'œuvre expérimentale immense de Bazin, qui commence seulement à porter ses fruits. Cinq équations simultanées aux dérivées partielles aboutissant piteusement à la formule (insuffisante, d'ailleurs) de l'écoulement uniforme dans un canal prismatique ; n'est-ce pas encore une batterie d'artillerie dressée contre un moineau ?

La substitution de la méthode déductive à la méthode expérimentale, seule légitime dans l'enfantement de la Résistance des matériaux et de l'Hydraulique, a été le *crime d'avortement* exercé contre l'art de construire, et se chiffrant, rien qu'en France, par des centaines de millions en argent et des centaines de vies humaines.

M. Rabut se permet de conclure en souhaitant :

1<sup>o</sup> Que, sauf les premiers éléments, l'instruction mathématique soit donnée aux futurs ingénieurs, non en Sorbonne, mais dans les Ecoles techniques, par des ingénieurs ayant pratiqué leur art avec succès ;

2<sup>o</sup> Que cette instruction soit limitée au strict nécessaire, le premier principe de l'enseignement étant de subordonner l'emploi de la méthode déductive à celui de la méthode expérimentale, de *ne jamais calculer ce qu'on peut mesurer*.

M. R. SOREAU s'excuse de prendre la parole après d'éminents professeurs qui ont une compétence et une autorité particulières sur le sujet en discussion. Il se bornera à présenter quelques observations, comme ingénieur et aussi comme père de famille.

Ayant eu récemment trois fils en mathématiques spéciales, il a pu apprécier le bien fondé des critiques que vient de formuler M. Monteil sur la trop longue préparation donnée dans cette classe. D'autre part, les élèves y subissent un surmenage véritablement abusif. Les programmes actuels comprennent presque toutes les matières d'il y a trente ans augmentées d'une très notable partie des cours d'analyse et de mécanique qu'on apprenait alors à l'Ecole Polytechnique en première, et même en deuxième année ; c'est ainsi qu'on y expose la théorie des équations différentielles du second ordre. Certes, le développement donné au calcul différentiel et intégral est une innovation excellente en soi, tant au point de vue spéculatif qu'au point de vue pratique, puisque ce calcul s'impose dès qu'on aborde des problèmes tant soit peu élevés de mécanique rationnelle ou de mécanique appliquée ; mais il aurait fallu alléger d'autant les programmes par ailleurs : cet allégement eût été facile et même profitable, car il aurait permis au professeur de dégager plus vigoureusement les théories générales, les seules qui importent. L'enseignement actuel est beaucoup trop touffu : c'est le cas de dire que l'abondance des feuilles masque les arbres de cette forêt.

Les inconvénients d'un tel système sont graves : fatigue marquée de la plupart des élèves, alors qu'on devrait avoir le souci de les faire entrer frais et dispos dans les écoles techniques qui vont leur demander un effort important ; prolongation excessive et sans profit des années passées au collège ; rendement en définitive médiocre, étant donné qu'on écrème les classes de sciences au profit des mathématiques spéciales, pour ne conduire qu'une partie de leurs élèves dans les écoles techniques.

A qui cet état de choses incombe-t-il ? Est-ce, comme on le donnait à entendre, à l'Université, qui cherche à garder ses élèves le plus longtemps possible ? M. Soreau ne le pense pas ; il estime même que la faute n'en est pas seulement aux programmes, car il ne suffirait pas de les alléger : en effet, pour discriminer des candidats qui sont trop nombreux, les examinateurs, et, à leur suite, les professeurs auraient tôt fait d'introduire de nombreuses subtilités en marge de ces programmes, qui ne se trouveraient réduits que sur le papier. Pour enrayer un surmenage véritablement insensé, il faut abaisser les limites d'âge ; de la sorte, n'entreraient en spéciales que les jeunes gens suffisamment sûrs d'eux-mêmes ; quant aux autres, ce serait leur rendre service que d'orienter leur activité vers des carrières différentes, et de leur éviter de rester trois ou même quatre années dans cette classe, souvent pour ne pas franchir le seuil de l'école à laquelle ils se destinaient. Tous les hommes qui se rendent compte du danger que présente pour un pays le gaspillage des forces intellectuelles de la jeunesse, et les pères de famille au premier rang, devraient porter une attention particulière à cette importante question de la limite d'âge, et protester énergiquement quand les pouvoirs publics l'augmentent inopinément de deux années, ainsi qu'ils viennent de le faire pour l'une de nos grandes Ecoles.

En ce qui concerne l'enseignement mathématique dans les écoles techniques elles-mêmes, M. Soreau ne conçoit pas qu'il puisse être réduit au rôle strictement utilitaire préconisé par un de nos Collègues ; au surplus, on ne connaît les contingences de la pratique que pour l'heure présente, et les notions théoriques acquises dans les écoles doivent servir pour la vie. Tout au contraire, il faut aux ingénieurs une culture mathématique étendue, qui convienne non seulement aux besoins de la technique actuelle, mais encore aux besoins inconnus de la technique de demain, qui leur permette de collaborer aux progrès incessants de la science, ou tout au moins d'en suivre le développement. Pour de telles fins, l'enseignement mathématique doit être nourri de méthodes générales, et donné par des mathématiciens éminents qui sauront y faire passer un souffle large et puissant, tout en évitant d'alourdir le bel ordonnancement de ces méthodes par des discussions de Sorbonne, par des subtilités d'un intérêt médiocre pour de futurs ingénieurs ; sans rien sacrifier de l'ingéniosité de certaines théories, ils ne doivent pas, suivant la remarque très profonde qui termine le Rapport de M. Stäckel, « trop insister sur les finesse de leur science ».

Quand le professeur de mathématiques pures aura donné aux élèves-ingénieurs ce fort enseignement général, quand il aura mis entre leurs mains ce levier d'une puissance incomparable, les professeurs des techniques spéciales pourront venir, et ils seront compris ; plus tard, après la sortie de l'Ecole, la technique pourra progresser ou même se modifier profondément : si cette évolution fait appel aux connaissances mathématiques, les ingénieurs ainsi formés la suivront sans peine.

On parlait tout à l'heure des équations générales de l'Hydrodynamique,

et l'on rappelait combien les résultats auxquels elles conduisent sont décevants et concordent peu avec les lois réelles; la faute n'en est pas aux mathématiques, mais à l'application qui en est faite; et ce serait vraiment une prétention singulière que de compter sur une concordance entre des résultats théoriques découlant d'un simple concept, et les résultats expérimentaux obtenus avec un fluide réel. Mais rien ne dit que l'analyse mathématique ne parviendra pas à donner la clé de la mécanique des fluides le jour où nous connaîtrons mieux leur nature intime. M. Soreau a beaucoup étudié une technique de cet ordre, celle de l'Aérodynamique, plus déconcertante encore que l'Hydrodynamique: et voici déjà qu'une connaissance plus complète du rôle de la viscosité et de la compressibilité de l'air permet d'expliquer partiellement certaines singularités apparentes de cette technique.

M. d'OAGNE, au sujet d'une des observations présentées par M. Soreau (dont il a, par ailleurs, beaucoup apprécié la manière de voir) demande à faire, à son tour, une remarque, ajoutant que, bien que professeur à l'Ecole Polytechnique, il n'a pris aucune part à l'élaboration du programme d'admission à cette Ecole, et que, par suite, dans ce qu'il va dire, on ne doit voir à aucun degré un plaidoyer *pro domo sua*.

La remarque est celle-ci: on entend souvent dire, comme M. Soreau vient de le faire, que l'on rencontre maintenant dans le programme d'admission des matières qui, naguère, étaient enseignées à l'Ecole, voire en seconde année, et l'on en conclut tout naturellement à l'effroyable surmenage des pauvres candidats. Mais on ne prend pas garde que si ces nouveautés ont, en effet, été introduites dans le programme, bien d'autres théories en ont, par contre, été retranchées, ni, peut-être, que certaines de ces matières nouvelles exigent un moindre effort intellectuel que celles dont elles ont pris la place. Il n'est pas niable, par exemple, que les cas élémentaires d'intégration des équations différentielles, auxquels M. Soreau a précisément fait allusion et qui effraient surtout à cause de leur nom, sont en réalité d'une étude beaucoup plus facile, exigeant une bien moindre dépense cérébrale, que les développements sur la théorie des équations algébriques, comprenant notamment le théorème de Sturm, et divers autres difficiles théorèmes d'Hermite, de Laguerre, etc., avec lesquels devaient être familiarisés les candidats à l'Ecole d'il y a trente ou quarante ans. Des observations analogues pourraient au reste être faites à propos d'autres parties du programme.

Les nouveaux programmes comportent peut-être, dans leur ensemble, une somme un peu plus grande de matières; il ne semble pas toutefois qu'il faille, pour se les assimiler, un effort bien supérieur à celui qu'exigeaient les anciens.

M. SOREAU reconnaît volontiers qu'on a supprimé quelques parties des anciens programmes de spéciales, mais quand on en retirait long comme le doigt, on en ajoutait long comme le bras, à tel point que beaucoup de professeurs de cette classe sont véritablement effrayés de tout ce qu'on les force à introduire dans de jeunes cerveaux.

M. RABUT, répondant à M. Soreau, fait remarquer que la limite d'âge a toujours pour effet de réduire le nombre d'années consacrées par les candidats, non pas aux mathématiques spéciales, mais bien aux classes de lettres, aux humanités, ce qui n'est pas désirable<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Voir H. POINCARÉ: *Les Sciences et les Humanités*.

M. le Professeur A. PADOA (Gênes, Italie) se trouve pleinement d'accord avec M. Soreau sur plusieurs points. Mais comme la question dont on s'occupe a été posée par une Conférence internationale, il lui semble bon de l'envisager à un point de vue un peu plus général, et, précisément, au lieu de s'attarder à blâmer ou à exalter l'état actuel de l'organisation des études en France, il trouve préférable d'analyser les tendances qui à ce moment partagent les opinions dans presque tous les pays.

Est-ce seulement au moment où ils vont commencer leurs études techniques que les futurs ingénieurs doivent être séparés des futurs mathématiciens, ou vaut-il mieux les séparer dès la fin des écoles secondaires? Jusqu'à présent, des raisons didactiques et financières s'accordaient pour donner la préférence à la première solution, mais le développement progressif des études théoriques et techniques et la nécessité de ménager les forces des élèves finiront peut-être par imposer la seconde, qui d'ailleurs se trouve déjà réalisée dans plusieurs universités techniques.

Or, dans celles-ci, est-ce aux mathématiciens ou aux ingénieurs eux-mêmes qu'il faut confier l'enseignement des mathématiques pures? On vient de dire, ce soir même, que l'application des mathématiques à des problèmes sur la résistance des matériaux n'avait pas donné des résultats satisfaisants, d'où une prétendue raison de méconnaître la valeur des mathématiques et le vœu que l'enseignement des mathématiques fût animé d'un esprit plus pratique, que seulement un ingénieur aurait pu lui donner. Mais avant d'appliquer un théorème quelconque, il faut s'assurer si les données de la question pratique vérifient l'hypothèse de ce théorème, au moins d'une manière suffisamment approchée; et l'on ne doit jamais rendre responsable les mathématiques des fausses applications qu'on en peut faire. Or, sans nier qu'il y ait des ingénieurs auxquels on pourrait confier un cours de mathématiques, dans la plupart des cas il est à craindre qu'ils feraient prévaloir la tendance technique sur la tendance théorique, en faussant le caractère de cet enseignement qui ne doit pas seulement fournir des règles, mais doit aussi contribuer à la formation de l'esprit scientifique.

Mais alors, en quoi se distinguerait le cours de mathématiques pour les ingénieurs de celui pour les mathématiciens? Certainement, ce n'est pas au point de vue de la rigueur, car sans rigueur il n'y aurait plus de mathématiques. C'est plutôt une question d'opportunité dans le choix des théories à traiter, de mesure dans le développement à donner à chacune d'elles, d'insistance sur les applications numériques des résultats les plus importants, parce que les règles dont on n'a pas appris à se servir avec sûreté et rapidité sont vite oubliées.

Donc, en laissant aux mathématiciens les soins et la responsabilité de l'enseignement théorique et aux ingénieurs les soins et la responsabilité de l'enseignement technique, ce qui est désirable c'est qu'un accord s'établisse entre les mathématiciens et les ingénieurs, et que cet accord devienne toujours plus cordial et plus intime, pour amener à une collaboration continue dans le choix des programmes, leur coordination et leur révision, tant au point de vue général des liens entre la théorie et la pratique, qu'à celui de l'organisation et de la coordination des différents cours d'une même école.

M. J. LEGRAND rappelle à M. d'Ocagne qu'il a eu l'honneur de l'entendre comme répétiteur de mécanique à l'Ecole Polytechnique, il y a vingt ans. S'il recherche quels avantages il a tirés pour sa carrière de l'enseignement de ses maîtres, il apprécie comme le principal la possibilité d'aborder la

lecture d'un ouvrage de science moderne quelconque sans être rebuté par les notations et les développements de calcul.

Il s'est trouvé aux côtés de collègues qui avaient reçu à l'Ecole Navale une instruction scientifique plus spécialisée en vue d'une carrière unique et qui lui ont semblé éprouver, du fait de cette formation moins générale, plus de difficultés que lui-même dans l'étude des questions de balistique ou de mécanique appliquée. Un ingénieur qui veut se documenter fait appel aux sources étrangères. S'il doit vaincre, outre les difficultés d'une langue qui n'est pas la sienne et de notations inhabituelles, le manque d'entraînement aux développements scientifiques, sa tâche sera rebutante. Il ne faut pas attacher trop d'importance à la valeur des théories scientifiques, qui évolueront, et l'on ne peut prévoir quelles applications s'imposeront plus tard à l'attention d'un jeune homme qui veut entrer à Polytechnique ou à l'Ecole Centrale.

En père de famille, M. J. Legrand recommande la haute culture scientifique, mais surtout comme une gymnastique et un assouplissement.

M. STÄCKEL remercie la Société de l'intérêt qu'elle a bien voulu prendre à la Conférence Internationale de l'Enseignement mathématique et surtout au rapport sur l'enseignement mathématique des ingénieurs. Il est convaincu que les remarques formulées dans la discussion seront d'une grande importance pour les travaux futurs de la Commission Internationale, parce que les problèmes de l'enseignement mathématique des ingénieurs ne peuvent se résoudre que par la collaboration des ingénieurs et des mathématiciens.

M. LE PRÉSIDENT dit que les paroles aimables de M. le Professeur Stäckel abrègent beaucoup sa tâche.

Au début de son compte rendu, M. d'Ocagne a bien voulu poser des questions à notre Société et M. le Président remercie à son tour ceux de ses collègues qui ont pris part à la discussion et qui ont répondu d'une façon qui a satisfait si pleinement M. Stäckel.

M. Chaudy a apporté l'avis de la pratique ; MM. Monteil et Rabut ont fait bénéficier la Société du produit de leur haute expérience de professeurs.

M. Soreau a parlé avec l'autorité d'un père de famille et nul plus que lui n'avait le droit de formuler les observations qu'il a faites, et cela avec la clarté à laquelle il a habitué ses collègues.

Il remercie M. le Professeur Padoa de son intervention ; M. Legrand, qui a bien voulu reprendre la parole et qui a rendu un juste hommage à l'enseignement qui lui a été donné.

M. le Président croit qu'il ne pourrait mieux faire que de reprendre lui-même une phrase qui l'a beaucoup frappé dans le rapport de M. Stäckel, qui dit, en parlant des mathématiques spéciales citées au cours de la discussion :

« Les mathématiques méritent d'être considérées comme l'un des plus puissants moyens de l'esprit humain qui dominent l'inertie de la matière ».

Ces paroles résument admirablement la discussion qui a eu lieu ce soir.

M. ANDROUIN, n'ayant pu prendre la parole, vu l'heure avancée, a remis en fin de séance la note suivante :

M. ANDROUIN pense que l'enseignement spécial à la formation des ingénieurs comprend certaines branches principales qui, énumérées dans l'ordre où chacune d'elles sert à l'intelligence de la suivante, sont : la Science pure (mathématiques, etc.) ; la Science appliquée (mécanique rationnelle, électricité théorique, etc.) ; la Technique (mécanique appliquée, électricité indus-

trielle, etc.) ; la Technologie (étude descriptive des produits industriels et des moyens de production) ; les Travaux pratiques (bureau, salle de dessin, laboratoire, atelier, chantier, etc.).

L'élève ingénieur doit, évidemment, être assez avancé dans chacune de ces branches, pour profiter pleinement de l'enseignement qu'il reçoit de la suivante ; cela, pour la science appliquée, détermine le *minimum* de science pure à enseigner. La question du *maximum* sera envisagée un peu plus loin.

Sur la question de savoir si l'enseignement des sciences pures et celui de la technique doivent être donnés à la même époque, M. Androuin répond sans hésiter : *oui*. En effet, il importe que le futur ingénieur vive le plus tôt possible dans une *ambiance* propre à le pénétrer de sa profession. Cela lui rend l'étude de la technique infiniment moins pénible, puisqu'il se l'est assimilée graduellement par le travail naturel de l'esprit.

Il est d'ailleurs très important de réduire au minimum la durée des études. Lorsque les études sont trop longues, en effet, l'ingénieur débute dans l'industrie à un âge où il ne lui est plus très facile d'accomplir *dans le rang* une période d'*apprentissage*, sans laquelle il est extrêmement difficile d'acquérir cette *intuition* que l'un de nos collègues a appelée « le flair de l'ingénieur ». Les études trop longues ont aussi le très grave inconvénient d'être excessivement coûteuses et de fermer la carrière d'ingénieur à ceux des bons sujets dont les parents ne sont pas assez riches.

Dans ces conditions, il semble que, pour la facilité de l'organisation de l'enseignement, il soit préférable d'enseigner les mathématiques aux futurs ingénieurs dans des institutions techniques où ils puissent entrer très jeunes.

Sur les questions de choix des matières à enseigner et du personnel enseignant : Dans l'enseignement des mathématiques aux futurs ingénieurs, l'objectif doit être bien moins de leur enseigner *beaucoup* que de leur enseigner *très bien*. La considération d'où découle le minimum à enseigner a été indiquée plus haut. Le maximum ne doit pas trop s'en éloigner, mais l'ensemble de chaque branche enseignée en mathématiques doit former un tout homogène où l'enchaînement de tous les éléments apparaisse d'une manière bien nette.

C'est seulement à cette condition que l'on aura atteint l'objectif principal de l'enseignement mathématique, qui est de donner à l'esprit les qualités d'ingéniosité et de précision dont l'ingénieur a besoin.

La question de l'enseignement limité et spécialisé sur la base de l'utilitarisme immédiat ne se pose même pas ; un tel enseignement jetteurait le désordre dans l'esprit des élèves qui, après avoir dans leurs toutes jeunes années étudié l'harmonieux ensemble que présentent les premiers livres de la géométrie et les mathématiques élémentaires en général, auraient la désillusion de se trouver aux prises avec un fatras de théories sans liaison.

Il est donc nécessaire que chaque professeur de mathématiques ait une *mentalité de mathématicien*, et que, dans la pratique de son enseignement, il attribue la première place à la *culture générale* tout en se tenant en contact avec les professeurs de sciences appliquées afin de donner à ceux-ci des élèves capables de comprendre facilement les parties de ces sciences appliquées où il est fait usage des mathématiques.

En résumé, l'enseignement doit être dirigé de manière à :

A. — Donner aux élèves une *culture générale* bien ordonnée dont leur esprit puisse rester indéfiniment imprégné, et cela sans surcharger leur mémoire

B. — Maintenir dans l'esprit des élèves l'équilibre entre cette culture générale et les notions professionnelles.

C. — Réduire au minimum la durée des études, afin de donner aux jeunes ingénieurs les plus grandes facilités pour leur *apprentissage industriel*, et de laisser la carrière d'ingénieur aussi largement ouverte que possible.

### Erratum.

*Rapport général de M. E. BEKE*, p. 276, lignes 6 à 11.

Dans une lettre datée du 30 juin 1914, M. C. POSSÉ, l'un des délégués russes, nous signale une modification à introduire dans un passage concernant la Russie. La phrase « Ainsi, la revision générale... » doit être remplacée par la suivante :

« Ainsi, la revision générale du cours des classes précédentes, la discussion des équations du second degré, le dessin projectif, l'application de l'algèbre à la géométrie (homogénéité des formules, construction des formules rationnelles et des racines des équations du second degré, etc.), sont supprimés. »

---

## POINTS-PINCES, ARÈTES DE REBROUSSEMENT ET REPRÉSENTATION PARAMÉTRIQUE DES SURFACES<sup>1</sup>

---

Les « points-pinces » de Cayley sont assurément, en un sens, une particularité très spéciale, très exceptionnelle des surfaces. Il ne semble pas, au premier abord qu'il puisse y avoir lieu de s'y arrêter dans un cours d'Analyse destiné aux débutants.

Or je me trouve amené presque obligatoirement à y faire une brève allusion dans l'enseignement très condensé cependant que je professe à l'Ecole Polytechnique.

C'est à propos de la représentation paramétrique des surfaces que je suis conduit à opérer ainsi. Soient les équations

$$(1) \quad x = x(u, v), \quad y = y(u, v), \quad z = z(u, v),$$

$u$  et  $v$  désignant deux paramètres variables. On se borne généralement à dire que,  $u$  et  $v$  variant indépendamment de toutes les manières possibles, ces équations définissent :

---

<sup>1</sup> Communication présentée par M. J. HADAMARD, membre de l'Institut, à la Société mathématique de France, le 1<sup>er</sup> avril 1914, à l'occasion de la Conférence internationale de l'enseignement mathématique.