

BIBLIOGRAPHIE

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **15 (1913)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Cours universitaires.

BELGIQUE¹

Gand (2^e semestre 1912-1913). — A. DEMOULIN : Théorie des fonctions analytiques et application aux fonctions elliptiques, 1; Géométrie infinitésimale des courbes et des surfaces, 1. — M. STUYVAERT : Méthodologie; principes de la Géométrie, 1; Théorie des grandeurs algébriques, 1. — E. van AUBEL : Physique mathématique générale, 1; Chapitres choisis de physique mathématique, 2.

Bruxelles (2^e semestre 1912-1913). — Th. DeDONDER : Le principe de relativité et ses conséquences, 1; Les théories statique et cinétique de la chaleur et du rayonnement, 2. — E. BRAND : Fonctions elliptiques, 2; Histoire des sciences physiques et mathématiques, 1.

BIBLIOGRAPHIE

Annuaire du Bureau des Longitudes pour 1913. Avec des notices scientifiques. — 1 vol. in-16, 800 p.; 1 fr. 50; Gauthier-Villars, Paris.

L'Annuaire du Bureau des Longitudes pour l'année 1913, si précieux par le nombre des documents qu'il contient, vient de paraître. Cet excellent Recueil renferme cette année, après les documents astronomiques, des tableaux relatifs à la météorologie, aux monnaies, à la géographie, à la statistique et à la météorologie. Il contient en outre deux intéressantes notices : celle du commandant FERRIÉ sur l'*Application de la télégraphie sans fil à l'envoi de l'heure*, et de M. BIGOURDAN sur l'*Eclipse de soleil du 17 avril 1912* (résumé des observations qu'elle a permis d'effectuer).

G. ARNOUX. — **Essai de géométrie analytique modulaire à deux dimensions** (Essais de psychologie et de métaphysique positives). — 1 vol. gr. in-8°, XI-159 p.; 6 fr. ; Gauthier-Villars, Paris.

Nous avons déjà attiré l'attention des lecteurs de l'*Ens. math.* sur l'arithmétique graphique de MM. Arnoux et Laisant (*Ens. math.*, juillet 1907 et novembre 1908). On se rappelle comment M. Arnoux, après avoir jeté des clartés nouvelles sur des théories arithmétiques déjà connues, a réussi, à l'aide de ses espaces arithmétiques, à traiter des problèmes nouveaux se rattachant à la théorie des congruences. Et on comprend le succès de sa méthode basée sur l'application systématique de la représentation et du

¹ Non compris les cours des deux premières années ni les cours des écoles techniques annexées aux Universités.

langage géométriques. Il existe, en effet, comme l'a dit si bien Poincaré dans sa conférence au Congrès de Rome, un parallélisme parfait entre la théorie des congruences et celle des courbes algébriques. A toute congruence à deux variables (mod m) répond une courbe déterminée; les solutions de la congruence sont représentées par les points de la courbe à coordonnées entières que la modularisation ramène toujours à l'intérieur d'un carré de longueur m . On peut donc transporter le langage géométrique dans la théorie des congruences et faire une étude des courbes par rapport à un mod m . C'est à cette géométrie analytique modulaire, limitée aux modules premiers, que MM. Arnoux et Laisant ont consacré leur dernière étude, faite sur le même plan que celle des courbes en géométrie analytique ordinaire. Après une introduction fort intéressante, nous abordons l'étude de la ligne droite et du cercle: nous passons ensuite aux coniques rapportées à leurs axes et à l'étude de l'équation générale du deuxième degré, toujours par rapport à un module premier m bien entendu, et l'ouvrage se termine par quelques applications arithmétiques très intéressantes. Mais des chapitres auxiliaires ont dû être intercalés; je signalerai surtout le chap. II, consacré à la trigonométrie modulaire. Dès le début de ses recherches M. Arnoux a eu des surprises, les résultats obtenus présentant un aspect très différent suivant la forme du module m . C'est ainsi que dans la trigonométrie modulaire il est tombé, dans le cas d'un module de la forme $4q + 1$, sur des directions singulières, qu'il a appelées isotropes, et qui sont celles des droites allant de l'origine aux points a, b , pour lesquels le carré de la distance $a^2 + b^2$ est divisible par m . Ces directions sont caractérisées par des angles α tels que l'addition d'un angle quelconque β à α n'altère pas $\text{tang } \alpha$, à moins que $\text{tang } (\alpha + \beta)$ ne prenne une forme indéterminée. Ce fait, qui ne paraît paradoxal que parce qu'on se sert du terme « égal » au lieu de « congru », ne se présente pas dans le cas des modules premiers de la forme $4q - 1$. On rencontre du reste des singularités analogues dans l'étude des courbes et en particulier dans celle de la spirale logarithmique. Le fait le plus important souligné par M. Arnoux est le suivant: lorsque le module m est de la forme $4q - 1$, la spirale peut recouvrir l'espace modulaire tout entier; en d'autres termes, il existe des points a, b tels que les puissances de $a + bi$ donnent tous les points du réseau, sauf l'origine; mais il n'en est plus de même pour les modules de la forme $4q + 1$. Les auteurs de la géométrie modulaire en donnent la raison, et leur explication s'harmonise avec l'ensemble de leur ouvrage, mais je crois qu'il serait utile de la comparer à celle qui nous est fournie par la théorie des formes et des corps quadratiques. De ce rapprochement naîtrait une clarté plus grande. Les nombres $a + bi$ envisagés par M. Arnoux sont, en effet, les fameux nombres complexes de Gauss, et on sait que dans ce nouveau domaine plus large les nombres premiers ordinaires m de la forme $4q + 1$ sont décomposables en deux facteurs conjugués; or les directions isotropes sont précisément données par les points dont les affixes sont divisibles par l'un de ces facteurs. On comprend pourquoi les puissances successives de $a + bi$ ne donnent qu'une partie des points du réseau: les nombres de la forme $4q + 1$ n'étant pas premiers dans le domaine de Gauss, le théorème de Fermat prend une apparence différente. Mais si, à la place des nombres de Gauss, on considère avec M. Tarry les nombres de la forme $a + bj$, j étant la racine carrée d'un non résidu, le théor. de Fermat s'applique sous sa forme la plus générale, les nombres m étant premiers dans ce nouveau domaine, et l'on retombe sur une propo-

sition retrouvée d'une autre manière par M. Tarry. On voit que la géométrie modulaire pourrait éclairer la théorie des formes et des idéaux, et réciproquement. Il serait utile aussi de rapprocher la méthode graphique de M. Arnoux des représentations géométriques de Klein et de Minkowski.

Est-il nécessaire d'ajouter que le nouveau volume de MM. Arnoux et Laisant contient une foule d'autres choses intéressantes et qu'on y retrouve l'élégance et la clarté qui distinguent toutes les publications dues à la plume de M. Laisant.

D. MIRIMANOFF (Genève).

H. BÖTTGER. — **Physik.** Zum Gebrauche bei physikalischen Vorlesungen in höheren Lehranstalten sowie zum Selbstunterricht. I. Band : *Mechanik, Wärmelehre, Optik.* (Aus Dr. F. Schœdler's das Buch der Natur. III. Teil, 2. Abteilung). — 1 vol. in-8°, 983 p. ; 843 fig. et 2 planches ; 15 M. ; F. Vieweg & Sohn, Braunschweig.

Cet ouvrage, dont le premier volume analysé ici comprend dans un millier de pages la mécanique, l'acoustique et la chaleur, est essentiellement un traité de physique expérimentale. Un caractère apparaît dès la première lecture, celui d'une petite encyclopédie physique, mais d'une encyclopédie pédagogique si je puis dire.

Encyclopédique, ce traité l'est par le souci constant d'être complet : tous les faits et lois physiques sont là, cela va de soi, mais ce souci persiste jusque dans les détails : il s'accuse par exemple par le soin avec lequel les auteurs véritables des découvertes ont été recherchés (et les noms de ces auteurs sont volontiers accompagnés de quelques indications chronologiques ou autres souvent fort intéressantes) ; il s'accuse encore par la profusion d'appareils anciens et modernes dont on n'a épargné ni descriptions ni dessins, on rencontrera par exemple à peu près tous les modèles de pompes à faire le vide, y compris la rotative à mercure de Gæde, et jusqu'à des machines qui rentreraient plutôt dans le cadre d'un traité de mécanique industrielle. Et l'information sur ce qui concerne les travaux récents est en général fort bonne ; c'est tout au plus si l'on peut regretter l'absence de quelques recherches très importantes dont au moins une brève mention aurait eu, semble-t-il, sa place marquée ; je fais allusion, par exemple, aux résultats acquis ces dernières années sur les chaleurs spécifiques, lesquels ont si heureusement éclairé la signification des chaleurs atomiques et de la loi de Dulong et Petit. Quelques opinions à la vérité ; étonnent un peu, telle celles exprimées (p. 585) sur le zéro absolu, sous cette forme sans autre explication elles risquent d'induire en erreur le lecteur non informé. Mais ce sont là choses auxquelles est exposé tout auteur qui entreprend un livre de cette dimension ; le travail que représente celui-ci est considérable : qu'on songe que toutes les bases de la chimie physique (celles du moins qui se rattachent à la thermique) y ont encore trouvé place.

Pédagogique, ajoutais-je plus haut. Ce caractère ne saurait passer inaperçu à examiner la façon synthétique dont les principes de physique sont présentés, les notions ou grandeurs nouvelles étant en quelque sorte préparées avant leur introduction proprement dite par la considération de nombreux faits concrets où leur rôle est rendu sensible par l'exposé. Citons entre autres exemples de ce procédé éminemment pédagogique les notions de masse et d'inertie que, au lieu d'en donner une définition formelle et sèche, l'auteur amène par tous les développements susceptibles de faire sentir leur signification véritablement physique ; citons encore la vitesse et

l'accélération auxquelles sont consacrées plus de quarante pages. Et d'ailleurs, je me fais un plaisir de le noter en passant, on ne peut que louer vivement l'auteur de présenter d'une façon générale la mécanique aussi « physiquement » qu'il le fait et de lui assigner une part si importante vis-à-vis des autres domaines (elle occupe plus de la moitié de ce premier volume). Outre l'avantage général au point de vue didactique de cette tendance expérimentale et concrète, elle lui permet d'aborder à plusieurs reprises des questions en somme fort délicates pour un ouvrage élémentaire — ainsi les mouvements du pendule de Foucault en fonction de la latitude.

La rédaction de l'ouvrage qui est parfois aussi substantiel qu'un « Handbuch » et qui se doit cependant d'être beaucoup moins brève que celle d'un livre de cette nature pour rester didactique, n'est pas exempte d'un peu de lourdeur ici et là ; on ne saurait en faire un reproche à l'auteur, peut-être est-ce là un résultat inévitable des exigences trop diverses qui découlent du caractère que j'ai cherché à faire ressortir plus haut.

Servir de conseiller (Ratgeber) aux jeunes gens des classes supérieures des établissements secondaires ou des premières années de l'Université, telle est la mission principale que, d'après sa préface, le volume doit remplir. Y atteindra-t-il pleinement ? La réponse me semble dépendre notablement de l'individualité de chaque élève et je crois difficile de répondre par l'affirmative pour tous ; M. Böttger prend d'ailleurs soin de préciser qu'il s'agit d'élèves d'une certaine maturité d'esprit (reifere Schüler). Je crois par contre pouvoir assurer les maîtres de physique dont le temps est trop limité pour lire avec fruit les mémoires originaux ou les grands ouvrages de compilation, qu'ils pourront consulter ce traité avec confiance et en retireront pour leur enseignement suggestions et renseignements des plus profitables. Car, à lecture attentive, à voir combien d'objections sont prévues et levées par avance, on gagne l'impression que l'auteur a beaucoup lu, beaucoup réfléchi et qu'il a eu à répondre à quantité de questions juvéniles, c'est dire qu'il a sans aucun doute une grande pratique pédagogique.

Et notons en terminant que l'exécution matérielle des figures comme du texte est très soignée.

Albert PERRIER (Lausanne).

LÉON BRUNSCHVIGG. — **Les étapes de la philosophie mathématique.** —

1 vol. gr. in-8° de XI-592 pages avec figures ; 10 fr. ; F. Alcan, Paris.

Ce volume me paraît d'abord valoir par sa précision historique et son impartialité.

Les idées philosophiques les plus générales, construites à l'image de données ou de résultats mathématiques, y sont envisagées depuis les temps les plus reculés, tant chez les penseurs poursuivis par des préoccupations nettement métaphysiques que chez les mathématiciens modernes qui, amenés d'une manière plus ou moins consciente à discuter la réalité de l'espace, la priorité du continu ou du discontinu, etc..., ont été amenés aussi à parler le langage métaphysique sans se soucier de philosophie proprement dite. Il ne manque point d'intérêt de voir les grands géomètres des siècles passés tirer du calcul infinitésimal des conclusions inattaquables et essayer de les poursuivre pour expliquer la nature de l'âme ou de la pensée divine ; une des tentatives des plus intéressantes en ce genre, paraît constituée par la monadologie de Leibnitz et M. Brunschvigg nous la présente avec beaucoup de clarté.

L'idée, longtemps inébranlée, de la valeur absolue des résultats mathé-

mathématiques corrects, d'une image aussi parfaite de la vérité, conduit fatalement les philosophes à transporter le langage et les méthodes mathématiques sur le terrain philosophique. Je suis trop mathématicien pour apercevoir de grands succès obtenus par ce transport ; je crois que la science pure se féconde mieux elle-même qu'en s'alliant à la métaphysique ; le moins que l'on puisse reprocher à cette alliance, c'est de n'avoir jamais conduit à des découvertes effectives (E. PICARD, *Quelques réflexions sur la Science et les savants*. Volume publié en souvenir de Louis Olivier, 1911).

Mais, qu'on le veuille ou non, cette alliance existe et M. Brunschvicg l'étudie de manière profonde. Il nous fait passer graduellement de l'antique théorie de la vérité extérieure qu'il faut s'efforcer de *découvrir* à la théorie pragmatiste de la vérité qu'il faut *créer*. Et il essaye de dégager quelques critères pour reconnaître la vérité non sous l'une ou l'autre de ces formes, mais plutôt dans le mécanisme qui a poussé la pensée de l'une à l'autre.

Laissant l'examen du côté philosophique de l'œuvre, par crainte d'y trahir trop d'incompétence, il me reste à signaler bien des points susceptibles d'intéresser le seul mathématicien. Dans ce grand et bel ouvrage je trouve résumés à grands traits, la logique mathématique modernisée par Peano, Russell, Couturat, etc..., les discussions fondamentales sur les principes de la géométrie qui conduisent à apercevoir simplement le pragmatisme de M. Poincaré, les difficultés de la théorie des ensembles avec les discussions dues à MM. Borel, Lebesgue, Baire, Zermelo, etc.. Ces seuls noms promettent, je crois, une ample matière au travail du mathématicien dans des régions où sa science peut se teindre de philosophie sans cesser d'avoir l'aspect auquel il est habitué. D'ailleurs M. Brunschvicg montre une connaissance très réelle des mathématiques ; j'ai plaisir à le signaler, à ce titre, aux collègues qui ne connaîtraient en lui que le philosophe.

Ajoutons aussi qu'avec la collaboration de M. Pierre BOUTROUX, il a donné, en 1908, une nouvelle édition des *Oeuvres de Pascal* qui a déjà attiré l'attention des géomètres et dont nous avons rendu compte ici même (T. XI, 1909, p. 156).
A. BUHL (Toulouse).

FÉLIX LE DANTEC. — **Contre la Métaphysique.** (Bibliothèque de Philosophie contemporaine). — 1 vol. in-8° de 256 pages ; prix 3 fr. 75 ; F. Alcan, Paris.

Ce volume contient plusieurs opinions particulièrement saillantes dont quelques-unes d'ailleurs sont d'une originalité presque révolutionnaire. Elles ne sont pas faites pour déplaire aux géomètres à qui l'auteur donne généralement le beau rôle. C'est ainsi que M. Le Dantec voudrait qu'on ne puisse devenir un maître, dans une science quelconque (même en médecine) sans avoir fait preuve d'aptitudes mathématiques (p. 87). Le rôle logique de la géométrie le séduit beaucoup ; on sent que son idéal serait d'en transporter les méthodes partout et contre ceux qui veulent des domaines particuliers pour la vie et la pensée. De là le titre de ce livre que l'on peut lire en même temps que celui de M. Le Roy que j'analyse ci-dessous. L'opposition sera un excellent exercice d'impartialité ; je le recommande à qui veut s'habituer à juger des doctrines sans immédiatement adopter ou repousser aveuglément l'une d'elles.

Par exemple M. Le Dantec ne me semble pas très heureux quand il critique les conceptions d'Henri Poincaré sur les espaces non-euclidiens et les êtres qui pourraient y vivre (pp. 82-83). Henri Poincaré aurait bâti cette conception, sans s'en apercevoir, avec de la logique euclidienne tandis que

des êtres ayant évolué dans un univers non-euclidien auraient *forcément* une logique non-euclidienne. Et cela serait une incohérence ! Eh bien non ! Même s'il pouvait exister plusieurs logiques voilà qui n'aurait pas lieu *forcément*. Avec la même logique je puis combiner les postulats ordinaires de la géométrie et ensuite ces mêmes postulats moins un. La logique n'a pas obligatoirement son origine dans les considérations spatiales ; des êtres ne faisant que de l'arithmétique auraient déjà une logique et celle-ci suffirait à faire *analytiquement* de la géométrie. D'ailleurs nous sommes peut-être dans un univers non-euclidien de très grand paramètre ; on peut rapetisser ce dernier sans toucher à la logique.

Mais la possibilité de telles discussions n'est pas faite pour diminuer l'intérêt de l'ouvrage qui contient des théories vitales lesquelles, pour être matérialistes, n'en sont pas moins remarquablement enchaînées. M. Le Dantec nous y donne également un aperçu de ses idées pédagogiques. Il plaisante agréablement W. James et semble stupéfié par M. Bergson. Que l'on prenne tout cela sans parti déterminé et l'on sera conduit à un important travail de réflexion.

A. BUHL (Toulouse).

EDOUARD LE ROY. — **Une philosophie nouvelle : Henri Bergson.** (Bibliothèque de Philosophie contemporaine). — 1 vol. in-12 de vi-210 pages ; prix : 2 fr. 50 ; F. Alcan, Paris.

Les idées si intéressantes de M. Bergson viennent d'être résumées d'une manière particulièrement heureuse par M. Le Roy. Ce qui est surtout remarquable dans cette philosophie nouvelle c'est l'introduction toute bergsonnienne de la notion de *durée*. Le *temps* scientifique, dit M. Bergson, ne *dure* pas ; c'est une succession d'instantants que l'on déclare continue, mais dans laquelle on ne perçoit que les éléments immobiles d'un ensemble dénombrable, quitte simplement à les rapprocher ensuite autant qu'on veut. Autre est la durée qui est créatrice de liberté et dans laquelle on n'est tenu de retrouver le temps qu'au point de vue pratique. Une fois ce dernier cadre adopté il est possible, il est naturel même que nous n'y semblions plus libres et le déterminisme apparaît. Au contraire, si nous réussissons à nous débarrasser de l'idée d'un temps uniforme et homogène, nous reconnaitrons d'abord dans quelle mesure nous avons été libres de l'inventer et cela pourra nous donner une première idée de notre liberté sur ce point et, par surcroît, sur d'autres.

Mêmes choses pour l'espace dont la représentation vide est toujours une représentation pleine (p. 187). Penser le néant n'est pas possible ; ce serait ne point penser.

On voit par ces quelques lignes que je m'attache surtout à ce qui peut intéresser les mathématiciens. Certes toutes nos lois et tous nos théorèmes semblent condamnés à s'évanouir si nous abandonnons toutes les représentations qui semblent nécessaires à nos mesures. Mais la philosophie nouvelle ne nous interdit nullement de continuer à faire de la science en nous montrant simplement comment celle-ci s'insère dans ce que M. Bergson appelle le réel.

A. BUHL (Toulouse).

Ch. DAVISON. — **Higher Algebra** for Colleges and Secondary Schools. — 1 vol. in-8°, VIII-320 p. ; 6 sh. ; University Press, Cambridge.

Ce volume traite des matières du programme des classes supérieures des écoles secondaires et des cours ordinaires des collèges universitaires en

Angleterre. Il comprend le binôme, les séries, les inégalités, les approximations et limites, la théorie des équations et les déterminants, les fractions continues et la théorie des nombres.

M. Davison expose les divers sujets presque exclusivement au moyen d'exercices résolus ; la théorie est limitée à de brèves indications ou définitions introduisant ou reliant les sujets entre eux. Des exercices non résolus (avec réponses à la fin du volume) sont adjoints à la suite de chaque chapitre. Le choix des exemples est basé sur les exigences des nouveaux règlements du « mathematical tripos ». L'auteur indique au reste dans la préface que les problèmes sont, en majeure partie, tirés des questions proposées aux examens des collèges et universités des Iles Britanniques et des colonies.

M. Davison donne à la fin du volume une série de questions (« essays » et « problem papers ») dont chaque groupe doit représenter environ une heure de travail, et qui sont destinés à habituer les étudiants à se rendre compte non seulement de la possibilité d'applications multiples d'un même théorème dans divers domaines, mais aussi des relations étroites qui peuvent exister entre des théorèmes appartenant à des domaines différents.

Henry-Daw. ELLIS. — **Poems mathematical and miscellaneous.** — 1 vol. in-16, 64 p. ; 1 sh. 6 d. ; The Chiswick Press, Londres.

Les préoccupations mathématiques n'excluent pas les manifestations poétiques ; M. Ellis prouve même qu'elles peuvent les inspirer. Environ un tiers des courts poèmes ou spirituelles boutades de son petit volume traitent en effet des sciences mathématiques ou des mathématiciens. Ils sont écrits dans un style harmonieux et dans plusieurs d'entre eux l'auteur adapte avec à propos et esprit les formes du langage mathématique au style poétique. Les participants au Ve Congrès tenu à Cambridge en août dernier se souviendront toujours du charmant poème de bienvenue que M. Ellis avait adressé aux congressistes.

R. MASSON (Genève).

Ing. I. GHERSI. — **Matematica dilettevole e curiosa.** — 1 vol. in-16, 730 p. et 693 fig. ; relié toile 9 fr. 50 ; Ulrico Hoepli. Milano.

Le lecteur sera surpris de l'in vraisemblable richesse de ce recueil où l'auteur présente, sous une forme concise et claire, des propositions et des problèmes mathématiques susceptibles d'intéresser aussi bien des « dilet-tanti » que des spécialistes.

Le simple énoncé des principaux chapitres donnera une idée de la variété des principaux sujets traités.

Problèmes curieux. Paradoxes algébriques, géométriques et mécaniques. Tracé mécanique de nombreuses courbes. Systèmes articulés. Inverseurs. Quadrature du cercle. Trisection de l'angle. Duplication du cube. Géométrie de la règle et du compas. Casse-tête géométriques. Probabilités. Jeux.

Cet ouvrage fournit une documentation très complète des curiosités classiques (par exemple, une trentaine de démonstrations du théorème de Pythagore accompagnées de renseignements historiques) et ne néglige pas les résultats récréatifs des plus récentes conquêtes scientifiques.

Les parents y trouveront en abondance des sujets leur permettant de susciter sans fatigue chez les enfants le goût des mathématiques ou de provoquer sous l'aspect de jeu passionnant de bienfaisants exercices de calcul.

Le maître y fera une provision d'exercices et de problèmes permettant de

développer chez les élèves l'intérêt pour les questions mathématiques les plus diverses.

Eug. CHATELAIN (La Chaux-de-Fonds).

G. HESSENBERG. — **Transzendenz von e und π .** Ein Beitrag zur höheren Mathematik vom elementaren Standpunkt aus. — 1 vol. in-8°, 106 p.; 3 Mk.; B. G. Teubner, Leipzig.

Il faut savoir gré à M. Hessenberg d'avoir réuni en une petite monographie les principales démonstrations de la transcendance des nombres e et π . L'auteur ne s'est pas borné à grouper les différents mémoires classiques en supposant connues les notions spéciales qui interviennent dans les démonstrations. Dans les deux premiers chapitres il rappelle les notions fondamentales concernant les fonctions entières, les fonctions exponentielles. Le chapitre III est entièrement consacré à la transcendance de e et aux notions qui s'y rattachent. Puis, après de nouveaux compléments d'algèbre et de théorie des nombres, il aborde le théorème de Lindemann et la transcendance de π .

L'auteur n'a pas cru devoir accompagner son exposé de notes bibliographiques. Par exemple il n'est pas fait mention de la démonstration donnée par M. JAMET (Marseille) dans le t. II de l'*Ens. math.* (1900).

H. RENFER. — **Beiträge zur Krankenversicherung.** Allgemeinverständliche Darstellung der wesentlichen statistischen, versicherungs- und buchhaltungstechnischen Grundzüge der Krankenversicherung. — 1 vol. in-8°, VIII-172 p.; br. 5 fr. 50, rel. 6 fr. 50; librairie Fehr, St-Gall.

M. Renfer s'est proposé de réunir en un volume tout ce qu'il faut savoir pour organiser et gérer une société de secours mutuels en cas de maladie. Comme tous ceux qui ont étudié la question, il est persuadé qu'on ne peut fixer les cotisations d'après les expériences plus ou moins bien faites de quelques années, mais qu'il faut les calculer sur la base de tables de mortalité et de morbidité. Il nous montre en quoi consistent ces tables et comment on en déduit les cotisations pour chaque âge; il nous enseigne aussi le calcul des réserves nécessaires à la société pour faire face à ses engagements, même lorsque l'âge avancé de ses membres aura pour conséquence un plus grand nombre de jours de maladie, et par suite de plus fortes charges pour la caisse. Ces deux problèmes sont essentiels dans l'assurance contre la maladie, aussi l'auteur les traite-t-il en détails; en outre, il étudie une ou deux autres questions, en particulier le facteur de réduction.

Le point de vue mathématique, quelle que soit son importance, n'est pas le seul à considérer ici. Il est indispensable que la comptabilité et la statistique des sociétés de secours mutuels soient bien organisées. C'est à elles que M. Renfer consacre la seconde partie de son livre; il fait profiter le lecteur de sa grande expérience et reproduit des formulaires éprouvés par la pratique. Ces pages sont d'un grand intérêt et méritent d'être lues même par les personnes qui, faute de quelques connaissances d'algèbre, auront trouvé par trop rébarbatives les formules par lesquelles commence l'ouvrage. M. Renfer se met toujours à la place des sociétés suisses; il cite à plusieurs reprises la législation fédérale et en précise la portée. Il soulève bien des questions dont la discussion serait intéressante, mais en rapport trop étroit avec la politique pour que nous puissions les aborder ici.

Pour finir, l'auteur donne une vingtaine de tableaux numériques touchant les intérêts, la mortalité, la morbidité et l'invalidité; il y réunit les princi-

pales valeurs utilisées dans l'assurance. Ces tableaux seront d'un grand secours pour appliquer les théories exposées dans le traité.

S. DUMAS (Berne).

H. RENFER. — **Tabellensammlung für politische Arithmetik, Lebens- und Krankenversicherung.** — 1 broch. in-8°, 16 p.; 50 ct.; (chez l'auteur) Berne.

Lorsque par sa profession on est appelé à calculer beaucoup, on est frappé de l'importance des tables numériques; on en dresse pour éviter des calculs même très simples lorsqu'ils reviennent souvent. En revanche, l'école paraît les ignorer; on n'enseigne guère aux élèves que l'emploi des tables de logarithmes dont l'utilité diminue beaucoup à mesure que les machines à calculer se répandent. Ce fait regrettable est facile à comprendre: les tables numériques sont généralement beaucoup trop chères pour qu'on puisse en imposer l'achat aux parents. Cette raison perd toute sa valeur puisque M. Renfer publie à un prix extrêmement modique une collection de 13 tables dont l'emploi est journalier en arithmétique politique. Chaque écolier pourra se la procurer et l'on pourra lui enseigner les méthodes en usage constant pour la résolution de divers problèmes; surtout il y apprendra l'existence et le maniement des tables numériques.

La brochure de M. Renfer commence par trois pages consacrées aux formules et aux notations internationales de l'assurance. puis viennent des tables donnant pour six taux différents et des durées allant jusqu'à cinquante ans la valeur actuelle d'un capital payable dans n années, la valeur acquise par un capital placé pendant n années, les valeurs actuelles des annuités et les taux d'amortissement; ensuite, des tables de mortalité (tables de la population masculine et féminine suisse, table d'assurés en cas de décès et table d'assurés en cas de vie), avec les rentes viagères et les primes qui s'en déduisent, une table d'invalidité, diverses tables de morbidité et quelques nombres utiles dans l'assurance contre la maladie.

Nous ne pouvons que souhaiter le meilleur succès à un ouvrage si utile. Ajoutons que quoiqu'il soit en allemand, le texte en est si réduit qu'on peut le mettre entre les mains d'élèves de langue française.

S. DUMAS (Berne).

Richard SUPPANTSCHITSCH. — **Lehrbuch der Arithmetik und Algebra** für die V. bis VII. Klasse der Realschulen. — 1 vol. in-8° de 368 p.; 76 fig.; 824 questions et problèmes; cartonné 5 K.; Tempsky, Vienne.

Ce volume, destiné au degré supérieur des écoles réales autrichiennes, fait partie de l'excellente collection *Mathematisches Unterrichtswerk* dont nous avons déjà parlé ici même.

Voici la liste complète des huit chapitres: 1. Puissances et racines, p. 3 à 43. — 2. Logarithmes, p. 43 à 62. — 3. Equations du deuxième degré, p. 62 à 115. — 4. Progressions, intérêts composés, p. 115 à 146. — 5. Limites, convergence, continuité, dérivées, p. 146 à 194. — 6. Combinaisons, formule du binôme pour les exposants entiers, p. 194 à 204. — 7. Probabilités, p. 204 à 212. — 8. Applications des probabilités à la théorie des assurances, p. 212 à 223.

Dans tous ses ouvrages, M. Suppantisch a su réunir la clarté et la précision. Ces deux qualités essentielles se remarquent surtout dans ce dernier volume que les maîtres de l'enseignement secondaire liront avec le plus grand intérêt.

Aug. LALIVE (La Chaux-de-Fonds).