

<b>Zeitschrift:</b>	L'Enseignement Mathématique
<b>Herausgeber:</b>	Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
<b>Band:</b>	15 (1913)
<b>Heft:</b>	1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE
<b>Kapitel:</b>	Déterminations directes des projections des bissectrices d'un angle
<b>Autor:</b>	Paternò, F. P.

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 20.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

c'est-à-dire :

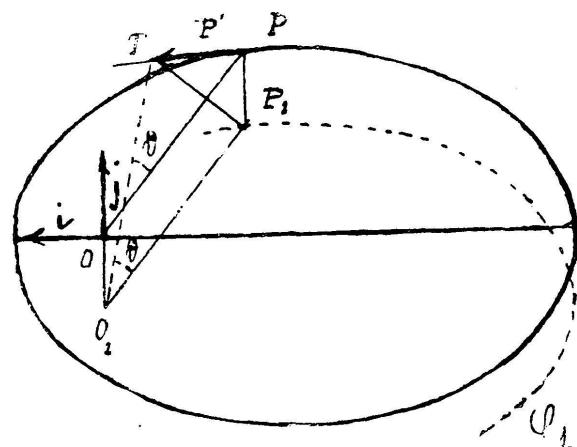
$$\rho_1^2 = \frac{1}{p^2} + \rho^2$$

donc :  $\rho_1$  est l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont  $\frac{1}{p}$  et  $\rho$  sont les côtés de l'angle droit ; si  $\vartheta$  est l'angle des droites  $TO_1$  et  $PO$ , en multipliant scalairement (2) par  $P - O$ , on a :

$$(T - O_1) \times (P - O) = (P - O)^2 = \rho^2$$

c'est-à-dire :

$$\rho\rho_1 \cos \vartheta = \rho^2, \quad \rho_1 \cos \vartheta = \rho.$$



De  $O_1$  conduisons la parallèle à  $OP$  et de  $T$  la perpendiculaire sur  $O_1P_1$ ; il résulte :

$$O_1P_1 = \rho, \quad P_1T = \frac{1}{p};$$

par conséquent  $P_1$  décrira une ellipse  $\varphi_1$  semblable et semblablement posée à la

trajectoire de  $P$  et dont le foyer  $O_1$  se déduit de  $O$  par la formule (3). On peut donc conclure :

*Si le sommet  $P_1$  d'un angle droit décrit l'ellipse  $\varphi_1$ , tandis que l'un de ses côtés passe constamment par le foyer  $O_1$ , un point  $T$ , situé sur l'autre côté à une distance constante  $\frac{1}{p}$  du sommet, décrira le lieu demandé.*

Armand PALOMBY (Naples).

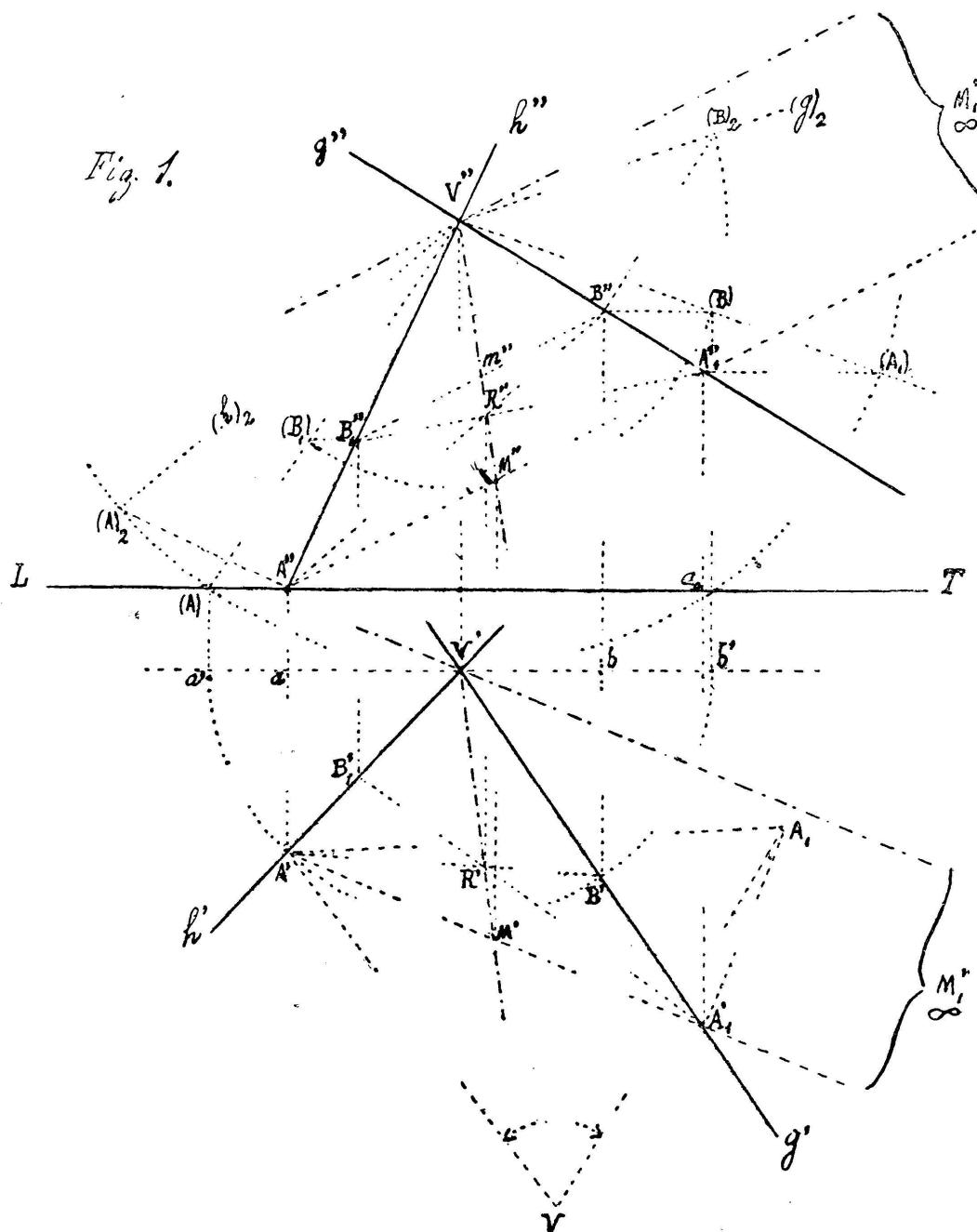
## Déterminations directes des projections des bissectrices d'un angle

*en Géométrie descriptive dans le système de Monge.*

Pour construire les projections des bissectrices d'un angle, on a généralement recours au rabattement et au relèvement du plan de cet angle. Cette méthode est indirecte, et parfois elle n'est guère praticable, par exemple, lorsque, en tout ou en partie, les traces des côtés ne rentrent pas dans les limites de la feuille. Quant aux expédients habituels du changement de plans, de la réduction homothétique ou du *rabattement dans l'espace*, communément en usage, ils ne sont pas directs non plus dans ce cas-là et souvent même ils sont laborieux. En outre, je ferai remarquer que le système de rabattement, tout en étant assez simple, a pour-

tant l'inconvénient de trop restreindre la figure sur laquelle on opère, au détriment de l'exactitude du tracé.

De sorte qu'il ne me semble pas hors de propos de signaler quelques *solutions directes* de ce problème<sup>1</sup>.



La première est suggérée par la propriété des bissectrices de l'angle au sommet d'un triangle isocèle : l'une divise la base en parties égales et l'autre lui est parallèle. En même temps on

<sup>1</sup> Des solutions analogues pour la bisection de l'angle dièdre furent déjà indiquées il y a plusieurs années (V. *Atti del Collegio degl' Ing. ed Arch.*, Palermo, 1889, et *Periodico di Matem.*, Livorno, 1908); elles auraient dû suivre plutôt que précéder celles que nous venons d'exposer. Mais aujourd'hui seulement elles se sont présentées à mon esprit.

utilise, dans une seconde solution, la symétrie des côtés par rapport à la bissectrice de l'angle, de manière que, dans son plan, une transversale quelconque est coupée par la symétrique en un point de cette bissectrice.

Une dernière solution enfin s'obtient en appliquant le principe

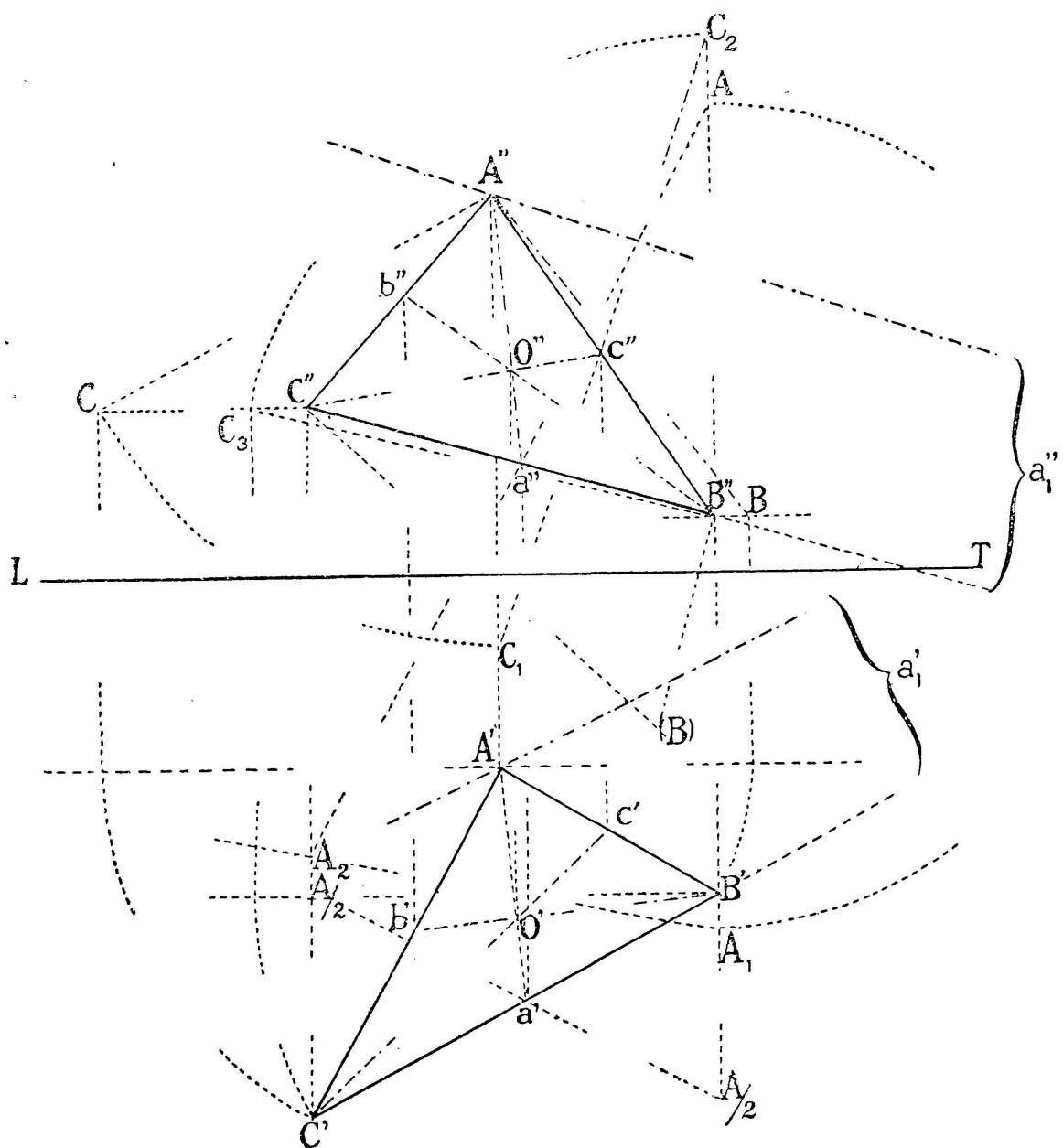


Fig. 2.

connu que les bissectrices de tout angle dans un triangle coupent le côté opposé en parties proportionnelles aux côtés de l'angle.

La 1<sup>re</sup> figure contient les deux premières solutions, et il suffit de noter que si nous considérons, à partir du sommet, deux segments quelconques VA, VB sur les côtés  $g$  et  $h$  de l'angle donné (uniquement pour des raisons de simplicité choisies de façon que les projections horizontales en soient égales) en les faisant suc-

cessivement tourner autour de la verticale  $V$ , jusqu'à ce qu'ils deviennent parallèles au plan vertical, on obtient là, en véritable grandeur, les dimensions  $V(A)$  et  $V(B)$ , qui se reportent réciproquement en  $V(A_1)$  et  $V(B_1)$  sur ces droites en construisant leurs projections respectives.

Les points milieux  $M$  et  $m$  des transversales  $AA_1$  et  $BB_1$  (bases, comme on sait, des deux triangles isocèles semblables avec le sommet commun  $V$ ) et les parallèles menées à ces droites par ce point, donnent les bissectrices demandées  $VM$  et  $VM_1$  de l'angle donné. L'une de ces bissectrices est déterminée aussi par l'intersection  $R$  des lignes  $AB_1$  et  $A_1B$ , relativement à cette bissectrice, et symétriques entre elles.

*Remarque.* — Les perpendiculaires aux  $V''A''$  et  $V''B''$  dans leurs extrémités non communes respectivement égales à  $aA'$  et à  $bB'$  (qui sont les différences entre les distances au plan vertical de  $V$  avec  $A$  et  $B$ ) donnent les points  $(A)_2$  et  $(B)_2$  qui tombent respectivement sur les circonférences de centre  $V''$  déjà indiquées. Ces points permettent encore de trouver de nouveau les vraies grandeurs des segments  $VA$  et  $VB$  susdits, construction qu'on peut comprendre comme un rabattement sur le plan vertical, de deux plans qui les projettent verticalement.

De même l'hypoténuse du triangle rectangle  $A'A_1A'_1$ , dont le côté  $A_1A'_1 = A''_1a_0$ , est comme la base  $AA_1$  du triangle isocèle  $VAA_1$ ; en faisant  $A'V$  et  $VA_1$  égaux à  $AV$ , l'angle  $A'VA$  sera, dans sa vraie grandeur, celui des droites considérées dans l'espace.

La 2<sup>me</sup> figure représente les projections d'un triangle quelconque  $ABC$  et des bissectrices de ses angles, obtenues par le principe susdit des segments proportionnels. Cependant il faut trouver avant tout les vraies longueurs  $A''C$ ,  $A''B$  et  $C_3B''$  de ses côtés (par la méthode ordinaire, par exemple des rotations) et puis sur les lignes de rappel déjà marquées  $A''A'$ ,  $B''B'$ ,  $C''C'$  l'on prend, à partir des parties opposées ou de la même partie, des projections horizontales ou verticales de chaque côté, des segments égaux ou proportionnels aux deux autres côtés. Par exemple l'on trace  $C''A^2 = CA''$  (vraie longueur de  $CA$ ) et  $B''A = B''A_1$ , tous deux égaux à  $A''A$  (vraie longueur de  $AB$ ); alors les transversales  $AA_2$  et  $A_2A_1$  donnent sur  $C''B''$  les points  $a''$  et  $a''_1$ , qui appartiennent respectivement aux bissectrices de l'angle opposé  $A$ . Et si, comme dans notre dessin, le point  $a''_1$  se trouve en dehors du tableau, on considère la bissectrice qui correspond comme 4<sup>me</sup> harmonique des trois rayons donnés (c'est-à-dire les deux côtés de l'angle et l'autre bissectrice).

Deux bissectrices internes quelconques de ce triangle donnent, comme l'on sait, le centre  $O$  du cercle inscrit, dont on ne peut cependant déterminer le rayon par les seules méthodes proposées.