MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

Sur un problème de dynamique.

Réponse à une question proposée dans l'*Intermédiaire des Mathématiciens* [1].

Une ellipse est parcourue par un point mobile P *d'un mouvement héplérien (il obéit à la loi des aires, centre des forces un foyer); en chaque point* P *on mène la tangente* PT *telle que* PT *soit le vecteur qui figure la vitesse. Quel est le lieu géométrique du point* T ?

Au centre des forces considérons une terne orthogonale [2] dextrorsum (**i**, **j**, **k**) telle que **i** soit parallèle à l'axe majeur de l'ellipse et **i**, **j** soient parallèles au plan de l'ellipse même ; le vecteur :

$$P' = T - P$$

sera défini par [3] :

$$P' = \frac{1}{p}\left\{\frac{(P - O) \wedge \mathbf{k}}{\rho} - e\mathbf{j}\right\} \tag{1}$$

où p est le paramètre, ϱ le module de $P - O$, e l'excentricité. alors :

$$T - O = (T - P) + (P - O) = \frac{P - O}{p\rho} \wedge \mathbf{k} - \frac{e}{p}\mathbf{j} + (P - O)$$

c'est-à-dire :

$$T - O_1 = \frac{1}{p\rho}(P - O) \wedge \mathbf{k} + (P - O) \tag{2}$$

ayant posé :

$$O_1 = O - \frac{e}{p}\mathbf{j}\ . \tag{3}$$

De (2) on tire :

$$\rho_1^2 = (T - O_1)^2 = \frac{1}{p^2\rho^2}\left\{(P - O) \wedge \mathbf{k}\right\}^2 + (P - O)^2$$

---

[1] Question n° 3972 proposée par M. A. Boutin, *Intermédiaire*, janvier 1912, p. 5.

[2] Burali-Forti et Marcolongo, *Eléments de calcul vectoriel*, Paris, Hermann, 1911.

[3] Marcolongo, *Theoretische Mechanik*, S. 62, erster Bd; Leipzig, Teubner, 1911.

c'est-à-dire :

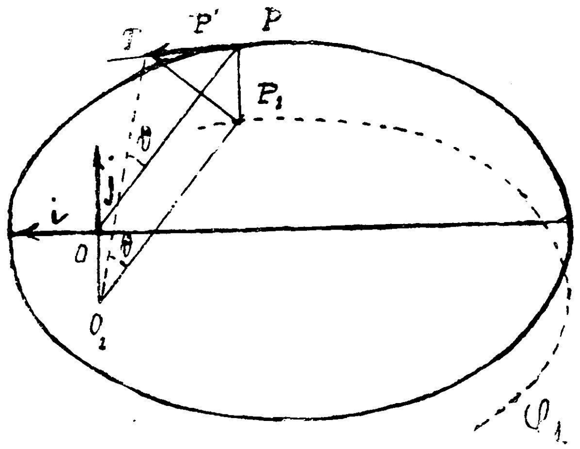
$$\rho_1^2 = \frac{1}{p^2} + \rho^2$$

donc : ρ_1 est l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont $\frac{1}{p}$ et ρ sont les côtés de l'angle droit ; si ϑ est l'angle des droites TO_1 et PO, en multipliant scalairement (2) par P — O, on a :

$$(T - O_1) \times (P - O) = (P - O)^2 = \rho^2$$

c'est-à-dire :

$$\rho\rho_1 \cos\vartheta = \rho^2 , \qquad \rho_1 \cos\vartheta = \rho .$$



De O_1 conduisons la parallèle à OP et de T la perpendiculaire sur O_1P_1 ; il résulte :

$$O_1P_1 = \rho , \qquad P_1T = \frac{1}{p} ;$$

par conséquent P_1 décrira une ellipse φ_1 semblable et semblablement posée à la trajectoire de P et dont le foyer O_1 se déduit de O par la formule (3). On peut donc conclure :

Si le sommet P_1 *d'un angle droit décrit l'ellipse* φ_1*, tandis que l'un de ses côtés passe constamment par le foyer* O_1*, un point* T*, situé sur l'autre côté à une distance constante* $\frac{1}{p}$ *du sommet, décrira le lieu demandé.*

Armand PALOMBY (Naples).

Déterminations directes des projections des bissectrices d'un angle

en Géométrie descriptive dans le système de Monge.

Pour construire les projections des bissectrices d'un angle, on a généralement recours au rabattement et au relèvement du plan de cet angle. Cette méthode est indirecte, et parfois elle n'est guère praticable, par exemple, lorsque, en tout ou en partie, les traces des côtés ne rentrent pas dans les limites de la feuille. Quant aux expédients habituels du changement de plans, de la réduction homothétique ou du *rabattement dans l'espace,* communément en usage, ils ne sont pas directs non plus dans ce cas-là et souvent même ils sont laborieux. En outre, je ferai remarquer que le système de rabattement, tout en étant assez simple, a pour-